

سوف نعرف!

كيف غيَّر عالم رياضيات القرن العشرين

ترجمة: محمد رمضان حسين

سيرة

سوف نعرف!

جيورج فون فالفيتس

محمد رمضان حسين / كاتب ومترجم مصري، صدرت له عدة ترجمات عن الألمانية منها: التحدي الصيني" لفولفجانج هيرن 2011، "ملحمة الذئاب" لكيتي ريشايس 2016، "نار حيّة" لألويس برينتس 2018.

سوف نعرف!
طبعة 2022
رقم الإيـــــداع: 3313 /2022
الترقيم الدولي: 978-977-821-244-0



الناشر
محمد البعلي

إخراج فني
علاء النويهي

This is a full translation of: Meine Herren, dies ist keine Badeanstalt. Wie ein Mathematiker das 20. Jahrhundert veränderte by Georg von Wallwitz.

"The translation of this work was supported by the Goethe-Institut. which is funded by the German Ministry of Foreign Affairs. within its programme of Litrix.de".



SEFSAFA PUBLISHING HOUSE
WWW.SEFSAFA.NET
sefsafapr@gmail.com

دار صفصافة للنشر والتوزيع والدراسات
49 شارع المخزن- العمرانية- الجيزة- مصر

جيورج فون فالفيتس

سوف نعرف!

كيف غيَّر عالم رياضيات القرن العشرين



ترجمة

محمد رمضان حسين



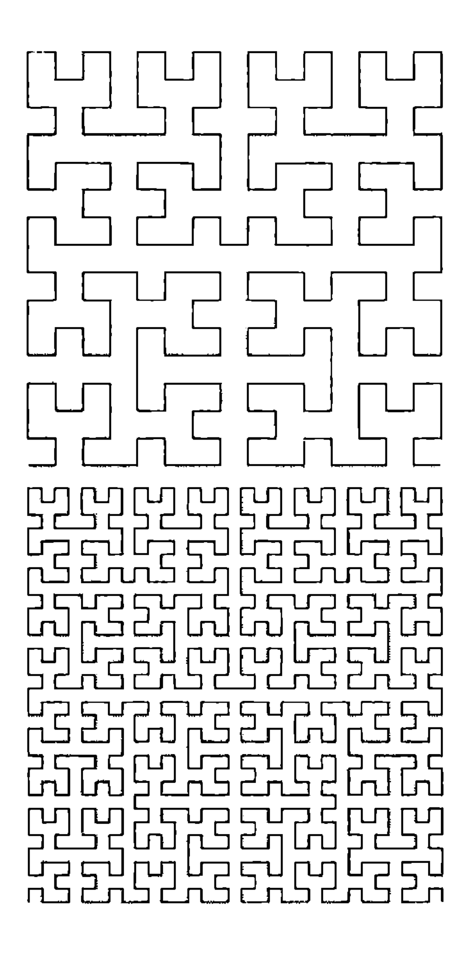
بطاقة فهرسة

إعداد الهيئة العامة لدار الكتب والوثائق القومية،
إدارة الشئون الفنية

فالفيتس ، جيورج فون
سوف نعرف!: كيف غيَّر عالم رياضيات القرن العشرين/ جيورج فون فالفيتس ، ترجمة: محمد رمضان حسين
القاهرة، دار صفصافة للنشر والتوزيع والدراسات، ٢٠٢٢
٢٤٤ ص، ٢٢ سم
تدمك ٠-٢٤٤-٨٢١-٩٧٧-٩٧٨
١ - الرياضيات -تراجم
٢- الفيزيائيون، الألمانيون
٣ -هيلبرت، ديفيد
أ- رمضان حسين، محمد (مترجم)
ب- العنوان ٩٢٥,١

رقم الإيداع: ٣٣١٣/ ٢٠٢٢

المحتويات



منحنى هيلبرت هو خط متعدد الزوايا، يملأ سطحًا ثنائي الأبعاد تمامًا، تاركًا وراءه أبعاده الخاصة، إذا جاز التعبير.

كثيرًا ما نسمع عبارة: «هذا جيد، لكنه قديم». لكنني أقول: إن الماضي لم يولد بعد، بل إنه لم يكن موجودًا حقًّا.

أوسيب ماندلشتام، مقال: الكلمة والثقافة 1921.



مقدمة

هناك بشر لطفاء، يشغلهم التفكير في العالم، ربما يتجاوزون حدسهم، ويتركون أنفسهم يسترشدون بالشكل والمنطق الداخلي للظواهر فقط. هؤلاء مبدعون وشجعان في مواجهة المنطق الصارم، وواثقون بأنفسهم كفاية للاعتراف بهزائم حتمية بعد إحباط قصير؛ لأن الحقيقة المجردة تتجاوز لديهم كل شيء آخر. هم نادرًا ما يحرزون مكانة الخبير، ليسوا متعطشين حقًّا للمجد. وفي معظم الأوقات يكونون قانعين بدور هادئ لا ينتج عنه سوى شحم يحفظ دوران عجلة العالم. نحن بالطبع نتكلم عن علماء الرياضيات.

ندرك جميعًا الأثر العظيم لعملهم. فمن خلال مفاهيم كالبيانات الضخمة، والذكاء الاصطناعي، وعلم التشفير، تغلغلت التقنيات الرياضية في الحياة اليومية للبشرية التي ليس لديها فكرة واضحة عما تعنيه الرياضيات الحديثة حقًّا، وعمن يتفتق ذهنه عن مثل هذه الأمور. على الرغم من التأثير المتزايد لهؤلاء العلماء، إلا أنهم فقدوا -بشكل كبير- اتصالهم بشرائح عريضة من الطبقات المتعلمة.

لم تكن هذه هي الحال دائمًا، ففي القرن الثامن عشر، كان يمكن لفيلسوف مثل فولتير أن يُدوِّن كتابًا عن فيزياء نيوتن، وكان لعلماء رياضيات عِظام مكانة رفيعة في صالونات باريس ولندن وبرلين. كما فكر شعراء مثل نوفاليس باستفاضة في مسلمات إقليدس ودلالة نظريات ذات الحدين. لم يكن لدى أحد فكرة أن الشخص المتعلم يمكنه التحصيل دونما أدنى معرفة بعلم الرياضيات. على الرغم من ذلك، حتى مطلع القرن التاسع عشر، ظل الناس على غير دراية بالرياضيات، التي فقدت وضوحها بسبب العمل التجريدي المهم لكارل فريدريش جاوس وبعض معاصريه، وأصبحت مادة لا يمكن بأي حال لأحد أن يمارسها على الهامش كتسلية ظريفة. وبدأ الممارسون الهواة في الانسحاب ببطء من الرياضيات، إذ لم تعد جزءًا من التعليم العام. ويمكن أن يعترف بعض ذوي الثقافة العالية، بأنهم ليس لديهم أدنى فكرة عن الرياضيات الحديثة دون أي خوف من النبذ المجتمعي. هم يُبدون اهتمامًا عن بعد، مسجلين أن الرياضيات تتطلب أن تكون مطلقة، وأبدية، وبديعة، لكن إتاحة الموضوع لهم يشبه الولوج من ثقب إبرة. هؤلاء الناس، هُم مَن أخاطبهم في هذا الكتاب.

يعرف عالم الرياضيات العادي جيدًا أن عامة الناس لا يبحثون عن المضامين الملموسة لمعرفتهم بل ولا يدركونها. وبقدر ما يرغب حقًّا في تعريف المارة في الشارع بماهية الطوبولوجيا أو الهندسة الجبرية، فهو لن يحقق في النهاية سوى إيقاظ الذكريات الغائمة لسنوات الدراسة لدى هؤلاء دون الوصول لأي مفاهيم مهمة. لا يمكن لهذا الكتاب إذًا مناقشة الموضوع، حيث لا جدوى من ذلك. ما يمكنني تأكيده للقراء أنها ستكون تجربة بديعة لفهم العلاقات المنطقية، واستمرار حياتهم في العالم البديهي على الجانب الآخر من الحدس، والأفكار المتدفقة. يمكن للمرء بالطبع الحديث عن المجموعات البيوجرافية، وعن طريقة التفكير

والمسائل التي نشأت منها الرياضيات. ومن ثمَّ، قد تكون مندهشًا من الكيفية التي تتوغل بها تلك الممارسات الفكرية البحتة عميقًا في الواقع.

الجيل الذي ولد قرب مطلع القرن العشرين، شهد بقوة مدى عمق هذا التدخل. تمثلت التكنولوجيا الحديثة أثناء طفولتهم في المصباح الأنبوبي، والمحرك البخاري. بعدها بخمسين عامًا، ظهرت السيارات، والطائرات، والقنابل الذرية، والحواسيب، والرادارات، والراديو، والتليفزيون، لم يكن العالم ليتعرف على أكثر من ذلك. جاءت الفيزياء بنظريات النسبية العامة، وميكانيكا الكم، وظهرت فروع جديدة كليًّا من العلوم، كنظرية الألعاب والسيبرنيطيقا. تغير العالم في نصف قرن بصورة دراماتيكية أكثر من أي حقبة تاريخية مضت. مقارنة بهذه الزوبعة، فإن التغيرات التي يشهدها العالم الغربي حاليًا ليست سوى نسمة عابرة على أقصى تقدير.

إذا كنا نبحث عن شخصية تكرر ظهورها على السطح أكثر من الآخرين كمصدر لهذه الثورة، فلا بد أن يذهب عقلنا سريعًا إلى دافيد هيلبرت في جوتنجن، عالم الرياضيات الأكثر تأثيرًا في النصف الأول من القرن العشرين. كان هو الصخرة التي استندت إليها العقول العلمية التي هزت العالم حينها، كل بطريقته الخاصة. لا أحد غيره جمع هذا الكم من العلماء الذين شكلوا لاحقًا دورًا قاطعًا، ولم تتقاطع الصلات ولا الأفكار بهذا الكم على أي مكتب آخر، والتي تكوّن منها من دون تخطيط عهد جديد في النهاية. وضع هيلبرت المسار لكل التطورات الرياضية في القرن العشرين. والكثير مما نراه اليوم في حياتنا اليومية- كتطور الحواسيب- نشأ من أفكاره الحداثية. وليس من قبيل المصادفة أن العديد من الفيزيائيين الذين صنعوا القنبلة النووية لاحقًا قد تعرفوا بعضهم على بعض في مدرسة هيلبرت بجوتنجن في عشرينيات القرن العشرين.

«برأيي، هناك عاملان فوق كل العوامل الأخرى شكّلا التاريخ الإنساني في القرن العشرين؛ أحدهما يتمثل في تطور العلوم الطبيعية والتكنولوجيا، وهذه بالطبع أعظم قصة نجاح في عصرنا، والآخر -من دون شك- ينحصر في الزوابع الأيديولوجية التي غيرت حياوات الجنس البشري فعليًّا[1]». هذا ما كتبه أشعيا برلين أحد أفضل المُنظِّرين في زمنه. لما كانت العباءة الخارجية لتاريخ القرن العشرين تتألف من الحرب والدمار والتهجير والأيديولوجيات والعنصرية والتعصب، فقد نُسجَت البطانة الداخلية من التطورات الاستثنائية لعلوم الرياضيات الطبيعية، التي تركت أثرًا قويًّا على شكل القرن العشرين. كل الطغاة الذين لم يتمكن أحد من تجنبهم في هذا القرن، أخذوا نصيبهم من الكتابة والمناقشات ربما أكثر مما يستحقون. لكن خلال مئتي عام، قد يقرر الناس أن الأفكار والنظريات التي وضعتها الرياضيات والفيزياء خلال القرن العشرين غيرت مجرى التاريخ بثبات أكثر مما فعلته البربرية والأيديولوجيات.

ففي العصر الذهبي للرياضيات، ترأس هيلبرت مدرسة قدمت علوم الطبيعة، وطورت الوسائل لفهم العالم بطريقة حديثة. جذبت هذه المدرسة شباب الموهوبين من أنحاء العالم، كانوا باقة ذكيَّة مُنتقاة وغير تقليدية، من جميع النواحي. ساند هيلبرت طلابه وحارب من أجلهم لأبعد حد، مثلما فعل مع إيمي نوتر، التي ساعدها لتعمل محاضرًا بصعوبة شديدة، مقابل تعنت زملائه في كلية الآداب، الذين ظلوا متمسكين بصورة المرأة من عصور الإمبراطورية الألمانية (وقد نجح في جعلها تُدَرِّس لأول مرة بعدما أشار إلى الفرق بين الجامعة والمسابح). كان شعاره المعروف، يدعى المسلمات بلمسة إقليدس العظيم. وهذا لا

1- أشعيا برلين، السعي للمثاليّة، الأخشاب الملتوية للبشرية، (برينستون) 1990، صفحة 1.

يدل فقط على فهم ما أشار إليه فاوست بـ«جوهر البودل» أي بيت القصيد، لكن لإعادة نظم القصيدة بطريقة منطقية خالية من العيوب. إنها محاولة لفهم الأمور استنادًا إلى المنطق الداخلي. كانت هذه ثورة فكرية، انفصالًا عن التقليد الرومانسي الذي رأى عالم الرياضيات ملتزمًا فقط بحدسه المبتكر.

للمعرفة الرياضية هيكل هرمي. مثلًا، واجه معظمنا في المدرسة تحديًا مع ما هو فعليًا علم مبهم، يتكون من تطبيق مناسب للصيغ المحفوظة، وآلات حاسبة بحجم الجيب تجعل الأمر محتملًا. هذه الرياضيات المدرسية تشكل القاعدة العريضة للهرم وهي بموضوعية مادة مُمِلَّة. أي محترف سيؤكد أن هذا ظن الهواة، لكنهم سيؤكدون كذلك فيما بعد، أن الرياضيات مشوقة وبديعة. إنها مشوقة في النقطة التي تلتقي عندها بالواقع وتصبح متاحة بصريًا. جزء كبير من الرياضيات نشأ من مسائل صعبة ثم أصبح ملموسًا في الربط بين العقل والطبيعة؛ على سبيل المثال، عندما يمكن فهم الأداء التوجيهي للنمل الفضي التونسي الصحراوي بشكل أفضل على أنه عملية متجهات «شعاع رياضي»، أو حيث يصبح النهج الأذكى في المضاربة موضوعًا لحسابات التفاضل والتكامل. وتصير الرياضيات بديعة عند أعلى نقطة في قمة الهرم، حيث يمكن أن تصبح تجربة جمالية، بعد التسلق الشاق عبر نظرية الأعداد، أو الطوبولوجيا، أو الجبر، فيمكن أن تكافأ بمعرفة الحقيقة الأبدية والتناغم. هناك الكثير مما يمكن فعله بالإلهام واللعب الحر بالأشكال، والتي ارتبطت منذ زمن سحيق بالتجربة الحسية للجمال. بمجرد السيطرة على الإطار المحكم لاستنباط مفاهيم موضوعية، تظهر صورة مغايرة تمامًا. يبدو الأمر كما لو أن قمة الهرم بارزة وسط بحر سُحب من المفاهيم المشتتة والمفككة.

ينصح الأشخاص العاديون في الرياضيات دومًا بعدم خلط أسلوبهم الخاص بغابة صياغة المعادلة التي تدور بينهم وبين الأفكار الجيدة عند قمة الهرم، والاهتمام بالأسلوب والمسار بدلًا من ذلك.

كيف يمكن لشخص عادي قراءة كتاب عن الرياضيات؟ في كل مجال هناك لغة اصطلاحية خاصة ويحتاج الممارسون إلى وقت طويل من التمرين ليعتادوا عليها مثلما يتلمس الراقصون خطواتهم. إذا احتفظت المصطلحات والقطع الواردة في هذا الكتاب بغموضها، فأطلب من القراء أن يكونوا صبورين ويتحلوا بالشجاعة في البداية ليقرؤوا الأجزاء الصعبة ويتمسكوا بجوهرها. لا يتعلق الأمر بتعريفات دقيقة، لكن بسلسلة من أفكار القرن الماضي العظيمة، والتي كان بعضها الأكثر تأثيرًا. لقد نحيتُ معظم ما يمكن أن يتجاوز الرياضيات المدرسية إلى الحواشي، والتي ميزتها بكلمة «حاشية للمتقدمين»، ما قد يبدو أنه مطالعة سطحية لا تنتقص من علماء الرياضيات بالتأكيد، فهم بدورهم عند قراءة بحث أو أطروحة يودون أيضًا لو يتجاوزون مقاطع تبدو صعبة. إذ يبدؤون عادة بقراءة الجمل التي تمثل عصارة الأفكار. على الرغم من معرفتهم أن أحيانًا يكون الدليل وحده هو ما يعبر بوضوح عن معنى جملة، إلا أنهم قد يمضون قدمًا في الإثبات فحسب إذا كانوا يشعرون أن فكرة قيّمة تكمن وراءه. ليس كل عالم رياضيات مجتهدًا ومستعدًّا للتعامل مع المواد الصعبة، ولن يكون قراؤهم كذلك أيضًا.

ليس كل شيء يموت..

هوراس، الأوديس الثلاثون من الكتاب الثالث.

نعي ساخط

حصل دافيد هيلبرت على جنازة مُبتسرة. لقد كان وقت وفاته بلا شك أهم عالم رياضيات في عصره، ببساطة يمكن أن ندعوه أينشتاين الرياضيات، لكن العالم كان يضج بمخاوف أخرى عند وفاة هيلبرت في 14 فبراير 1943. كانت الوفاة المُسالمة لأستاذ الرياضيات البالغ من العمر 81 عامًا في جوتنجن حدثًا حاسمًا غير مأساوي في وقت يُهدد فيه العنف حياة كل سكان أوروبا وآسيا وقد تنتهي -هذه الحياة- في أي لحظة. العزاء كان قاصرًا، وفي أحسن الأحوال مؤلفًا من دستة أشخاص، هم آخر المتبقين من العصر الذهبي الذي انقضى قبل عَقد من الزمن.

نظرًا لأن هيلبرت توقف منذ فترة طويلة عن الانتماء إلى أي كنيسة، أقيمت الطقوس في غرفة المعيشة بالطابق الأرضي من منزله البرجوازي بشارع فيلهلم فيبر. تُطل الغرفة الكبرى على حديقة شتوية، حيث يدل الغبار الذي يكسو المكان على كبر سن ساكنه وضعف نظر ربة المنزل.

كان أرنولد زومرفلد، إلى جانب ماكس بلانك، عميد علماء الفيزياء الباقين في ألمانيا الأكثر ترشحًا لنيل جائزة نوبل بعد أن ترشح 81

مرة، قد جاء من ميونيخ وألقى نعيًا مُقتضبًا لروح الميت العظيم، والذي كان في الأساس قائمة مُحددة بإنجازاته الأكاديمية. اعتذر قسطنطين كاراثيودوري -وهو عالم رياضيات يوناني نشأ في الإمبراطورية العثمانية، وربما كان أهم من بقي في ألمانيا- لكنه أرسل نعيًا موجزًا. قُرأ نصه القصير بالدموع، فعلى الأقل كان يمس نواحي شخصية لهيلبرت.

فَقَدَ المتحدثون صديقًا مُخلصًا من مزارع شرق بروسيا، وكان في الوقت نفسه معلمًا لكل العلوم الرياضية. بالطبع يصعب التحدث عن كل الإنجازات المهمة في حياة الرجل الراحل. كانت تلك المحادثات المُطوَّلة على نفس مستوى تلك التي أجراها هيلبرت مع طلابه ومساعديه وزملائه. لقد نشأت رابطة فريدة من نوعها، حيث كانت هناك علاقة وثيقة بين المنطق والرياضيات والفيزياء والفلسفة. غاب عن الحضور الغالبية العظمى من رفاق هيلبرت -على الأقل في النسخة المُدوَّنة من التأبين- لأن معظمهم كانوا يهودًا أو معارضين للنازيَّة وغادروا ألمانيا لأطول فترة ممكنة. لكن كيف يمكن التحدث عن سقراط، ومُناظراته التي كانت مصدرًا رئيسًا للمعرفة بينما لا يمكن الحديث عن شريكه في الحوار؟ أصبح الطريق ممهدًا إلى القبر عبر مواكب أرواح الغائبين أكثر من الحاضرين. بقي المشيعون وحدهم مع أفكارهم عن الماضي الذي لا يمكن وصفه أو إصلاحه. لقد أدركوا ضياعهم بشكل مؤلم، وربما حسد الكثيرون منهم الموتى الذين مضوا الآن وخلفوا الزمن القاتم وراءهم. لكن هل كان النعي مُوفّقًا[2]؟!

2- توجد خطابات التأبين في مجلة العلوم الطبيعية (دي ناتورفيزنشافتن)، المجلد الحادي والثلاثين، العدد 19/20، بتاريخ 7 مايو 1943، صفحة 18 وما يليها. نشر زومرفلد، الذي لم يسمح أبدًا بمهادنة النازيين، نعيًا في حولية أكاديمية العلوم في جوتنجن، مجلد سنة 1943/1944، صفحات 87 - 92، أشاد فيها أيضًا بأصدقاء يهود مثل مينكوفسكي وأينشتاين. ظهر الكتيب في 30 يناير 1945، قبل ثلاثة أشهر من استيلاء الأميركيين على جوتنجن، وبقي حتى عام 1960 مثالًا واضحًا على استمرار البيروقراطية الأكاديمية في مواجهة التدهور العام.

اشتعل العالم في ذلك الوقت نفسه؛ ففي فبراير1943، استسلم الألمان في ستالينجراد، وكان للإنجليز اليد الطولى في المعارك البحرية، التي كانت مرتبطة بأشلاء مدينة جوتنجن الكُبرى، ثم أغرقوا الغواصات الألمانية واحدة تلو الأخرى. وفي تونس، فرت آخر القوات الإيطالية. وفي الدار البيضاء، التقى روزفلت وتشرشل واتفقا على الاستسلام غير المشروط لقوى المحور كهدف للحرب. خلال تلك الأثناء، أطلق جوبلز في برلين خطاب شبورتبالاست بغرض الدعاية للحرب الشاملة، وفي ميونخ، أُعدم الأشقاء هانز وصوفي شول تحت المِقصلة. ظل هذا الحدث الأخير لسنوات أهم أحداث الحياة الجامعية في ألمانيا.

كانت مقبرة جوتنجن بالضفة الأخرى من النهر. استقل المشيعون سيارتين لتوديع هيلبرت في مثواه الأخير. عند القبر، ودعته أرملته كيتي، التي لم تَرَ في اللحد الصغير سوى فتحة مظلمة في الثلج الأبيض، ثم ابنه فرانتس، الذي كان اضطراب عقله هو ثاني أعظم حزن في حياة دافيد هيلبرت. لا ينبغي أن يكون على شاهد القبر قصص حياة، أو ذكريات أماكن وأوقات، فقط اسمه وشعاره الفاوستي: يجب أن نعرف، أننا سوف نعرف.

لو كان ألبرت أينشتاين حاضرًا أمام قبره، لكان قال بعض جمل العزاء المفيدة. في عيد ميلاده السبعين، كان قد هنأ هيلبرت بلطف وتحدث عن: «أوقات التجربة الجميلة غير المضطربة»، التي يدين بها للزميل[3]. في أكثر مراحل حياتهما إثارة، خاضا معًا ما يشبه النزال الرياضي من أجل التوصل إلى صياغة نظرية النسبية العامة. لم يكن هناك أي شخص أقرب إلى أينشتاين في الفكر أو العمل أكثر من هيلبرت. لقد تعامل

3- في عيد ميلاد هيلبرت الستين في 23 يناير 1922، أراد أينشتاين تقديم الاحتفال، لكنه اضطر إلى الإلغاء في عجالة، على حد تعبيره في رسالة إلى ماكس بورن، «أقدّم لهيلبرت الآن رسالتي المكتوبة»، انظر مراسلات ألبرت أينشتاين وماكس بورن، 1916-1955 تعليق ماكس بورن، ميونيخ 1969، صفحة 98 وما يليها.

كل منهما بطريقته الخاصة مع معادلات المجال المهمة، عبر تجاربهما وأخطائهما الخاصة. في يونيو 1915، سافر أينشتاين إلى جوتنجن، وسكن مع هيلبرت فترة، وناقش معه أمور الرياضيات والفيزياء والسلام العالمي، وحاضَر في الجامعة. كان بإمكانه أن يخبرنا عن هذه الصحبة الرائعة في نعيه، عن التعاون والمنافسة والاحترام المستدام الذي نما بينهما. اعترف أينشتاين أن هيلبرت أحد الأشخاص القلائل الذين نحتوا في نفس قطعة الخشب التي ينحتها، وأنه في نفس مستواه العلمي. لقد كانت قرابة النفوس تتجاوز بكثير وجهة النظر الفنية عندما خططا في عام 1918 للدعوة سويًّا إلى السلام. كلاهما كان من دعاة السلام ولم يفهما أوروبا المحبة للحرب. ومع ذلك، لم يُقدم نعيًا له، لأن أينشتاين ربما لم يعلم بوفاة هيلبرت إلا بعد أشهر، فقد كان يعيش في الولايات المتحدة الأمريكية منذ عام 1932 وصار لديه نفور عميق من كل الألمان تقريبًا، وفي الواقع كل ما يتعلق بألمانيا.

في وقت لاحق عندما تسربت أخبار وفاة هيلبرت تدريجيًّا عبر الجبهة، كانت هناك تأبينات لإحياء ذكراه، لكن معظمها خارج ألمانيا. على سبيل المثال في برنستون، حيث أعدها بعض أبرز طلابه بمعهد الدراسات المتقدمة الذي لا تزال شهرته قائمة حتى اليوم. هناك -كما هي الحال في أي مكان آخر- كان التأمل والتذكر مختصرين، لأن معظم الذين تعلموا أسس الرياضيات في جوتنجن بطريقة هيلبرت وبنظرته للعالم كانوا يشاركون وقتها في الحرب، مع تطور تكنولوجيا الاتصالات، وعلم التحكم الآلي، والآلات الحاسبة، والرادار، والقنبلة الذرية. إلى حد كبير، كانت هذه الحرب أيضًا بين علماء درسوا ذات يوم من نفس المصدر.

بقي هيرمان مينكوفسكي، صديق ورفيق هيلبرت، وفقًا للرواية الألمانية، من دون ذكر، خصوصًا لكونه يهوديًّا. وهو الذي أعلن ذات

مرة لجمهور مذهول أن العالم وفقًا لنظرية النسبية، لم يعد يدور في ثلاثة أبعاد فقط، ولكن في أربعة أبعاد. لم يكن من السهل التواصل مع إيمي نوتر، خبيرة السياقات المجردة، والتي كانت كامرأة ويهودية متعاطفة مع الاشتراكية في كلية جوتنجن. على أي حال، كان يُمكنها عقد محاضراتها، لأن هيلبرت كان ينظر باحترام كبير لعملها، وكان واضحًا استمتاعه بتحطيم القواعد الصارمة.

بعض الأشخاص البارزين، الباقين على قيد الحياة، لم يصلهم الخبر أو كانوا منشغلين؛ كان العالم الفكري لهيلبرت في حالة حرب، تلك الحرب التي كما نعرف لا تُدمر فحسب، بل تتسارع أيضًا. فهناك أرض خصبة للتطبيق العملي للاختراعات الحديثة، مثل: الكمبيوتر أو القنبلة الذرية، والنظريات المعاصرة: كالتحكم الآلي، ونظرية الاتصالات، ونظرية الألعاب. سرعان ما أدرك العديد من علماء الرياضيات والفيزيائيين النظريين أنهم قادرون على التأثير بشكل كبير في نتائج هذه الحرب، وهكذا لم يعد هناك طرح لتساؤلات حول المعقولية النظرية، بل عن الجدوى التقنية. قَدَّم فرنر هايزنبرج وروبرت أوبنهايمر، اللذان عملا في جوتنجن في منتصف العشرينيات مع ماكس بورن تلميذ هيلبرت، سباقًا لا يحتمل سوى فوز طرف واحد فقط، من خلال قيادة مشروع القنبلة الذرية الألماني أو الأمريكي. التقى أوبنهايمر في جوتنجن ببعض أهم مُنَظري مشروع مانهاتن، مثل بول ديراك وجون فون نيومان. وكان الأخير طالب ماجستير لدى هيلبرت، وقد أدرك فجأة أهمية تعلق الرياضيات بالفيزياء النووية في وقت الحرب أكثر من أي شيء آخر. على الجانب الأمريكي، تم تكليفه بإيجاد حلول للمعادلات التفاضلية لحساب موجات التصادم في الانفجارات ومسارات المقذوفات. ونظرًا لأن حل مثل هذه المعادلات كان مهمة شاقة، فقد قرر علماء الرياضيات الأمريكيون في أبريل 1943، ابتكار جهاز خاص لهذه المهمة، وهو مُحلل

تكامل عددي إلكتروني وكمبيوتر (إينياك-ENIAC). جعل نيومان هذه الآلة مشروعه المفضل عندما أدرك أنها مناسبة من حيث المبدأ لجميع العمليات الحسابية المنطقية (مما جعلها أم جميع أجهزة الكمبيوتر الحديثة). حتى ذلك الحين، كان لا يزال عمل كورت جودل وآلان تورنج يجري تحضيره. لم يكن هؤلاء طلاب هيلبرت بالمعنى الحرفي للكلمة، لكنهم أمضوا سنوات دراستهم في العمل على مسألة القرار لهيلبرت، ودون قصد، قاموا بتطوير الأساس النظري للكمبيوتر الحديث. هم أيضًا، ربما كان لديهم ما يقولونه في جنازة هيلبرت. خصوصًا تورنج، فقد كان منشغلًا بفك كود آلة التشفير الألمانية «إنجما»، والذي أدى إلى تعليق مؤقت لحرب الغواصات الألمانية في ربيع عام 1943. باختصار، ابتكر تلاميذ هيلبرت المباشرون وغير المباشرين القنابل والآلات الحاسبة وانشغلوا في سعير الحرب، مما جعل جنازته حدثًا صغيرًا محزنًا لأصحابه القدامى.

يمكن أن تسترد الرياضيات التطبيقية -على الأقل في عصر الذكاء الاصطناعي- التقدير العام بوصفها لغة الفيزياء وتكنولوجيا المعلومات. لكن البناء التجريدي للمفاهيم والتعريفات والصيغ التي تميز الرياضيات البحتة، غالبًا ما يبدو للشخص العادي كوعاء فارغ، حيث يتضح الجمال والمعنى العالي فقط لذوي الخبرة. ينتج علماء الرياضيات البحتة أنماطًا جمالية كفناني العصر الكلاسيكي، تظهر أنماطهم عبر البساطة والتماثل والأناقة والجمال. ويعتقدون بعدم إمكانية وجود مجال في

العالم للرياضيات المُعقَّدة على المدى الطويل[4]. لكن سيكون اختصارًا مُخِلًّا للغاية قصر وصف الرياضيات بأنها مُجرَّد لعبة جميلة. قد يكون ذلك في جوهرها، لكن جمالها يرتبط دائمًا بجدواها، لأن الصيغة الجميلة تتميز بحقيقة استحضار مواقف معينة لفترة وجيزة.

لذلك يجب أن يكون لدى علماء الرياضيات شعور بالكفاءة المنطقية متماشيًا مع رؤية جمالية للوحدة والبنية. هذا لا يحدث كثيرًا، فالعقلية الرياضية لا تزال غريبة على معظم الناس. لذلك اتضح أن علماء الرياضيات عادة ما ينغلقون على أنفسهم، وإذا لزم الأمر، فإنهم يتواصلون مع الفيزيائيين. حتى إذا وجدوا تقديرًا على نِطاق أوسع، فهم يعرفون دائمًا أن شهرتهم مستعارة وقائمة على مُجرَّد قصص، وليست فهمًا مستقلًّا لدى جمهور الصحف. رُبَّما يكون تأثيرهم كبيرًا، فقد يكونون ابتكروا أدوات للحائزين على جائزة نوبل أو تمكّنوا من اختراع المعدات والوسائل اليومية، لكنهم يعلمون مع ذلك كيف سيبقى معظم معاصريهم محجوبين في النهاية. كل هؤلاء الأذكياء الذين يتكوَّن فنهم من رسم أشكال منطقية وعلاقات تنبع من أفكارهم الخاصة نادرًا ما يحظون باهتمام عام. إنهم يعيشون بشكل منفصل عن بقية المجتمع الذي لا يفكر في الهياكل والتجريدات، ولكن في الجداول والكراسي وأقداح البيرة.

إن الحياة المُتقوقعة مُحددة مسبقًا ومناسبة لمعظم أصحاب العقول الرياضية، على الرغم من أن شعورهم غالبًا غير ذلك. ومن الواضح أن هذا ينعكس على الجنائز، وهي ذات طبيعة عامة وحميمية في آن واحد ونادرًا

4- يشير جودفري هارولد هاردي إلى حُجَّة لطيفة: «هناك درجة عالية جدًّا من الشك، مُلازمة للحتمية والاقتصاد. تأخذ الحجج أشكالًا غريبة ومدهشة؛ الأسلحة المستخدمة بسيطة جدًّا وصبيانية مقارنة بالنتائج بعيدة المدى»، (اعتذار عالم رياضيات، كامبريدج 1967، صفحة 113). تصبح الرياضيات مُعقَّدة، حين يلزم حساب الأمور العشوائية وإعادة تشكيلها أو حيث لا تكون نتائجها مثيرة للاهتمام أو مهمة. يقتبس فريمان دايسون من هيرمان فايل، خليفة هيلبرت في جوتنجن، الذي كان مُدافعًا قويًا عن الرياضيات الجمالية: «لقد حاولت جاهدًا في عملي أن يكون دائمًا جميلًا، وعندما أخيَّرُ بين أمرين، أختار عادةً أجملهما». (من نعي لفايل بمجلة نيتشر في 10 مارس 1956).

ما يراها علماء الرياضيات. وغالبًا يُدفنون من دون صخب أو ضجيج لأنهم امتلكوا حقائق ليست مثيرة للاهتمام ولا يمكن لمعظم الناس الوصول إليها. فمثلًا، يُمكن للفيزيائيين، رغم عدم انشغالهم بالرياضيات، أن يُحفِّزوا الخيال عند شرح تألق سواد السماء المرصعة بالنجوم فوقنا. من ناحية أخرى، فإن علماء الرياضيات، ليسوا من مشاهير المثقفين، بل لا يعنون شيئًا سوى لدوائرهم الضيقة. وعادة يكونون متواضعين ومتحفظين، دون ثقة مفرطة بأنفسهم. يشبهون في هذا الموظف المثالي الذي يمكنه الفصل بوضوح ونزاهة بين المنصب والشخص؛ إذ يجب أن يكون الإنسان قابلًا للتغيير وإلا فإنه لا يخدم القضية. يرى علماء الرياضيات أن أداءهم الذهني ضروري، كما لا بد أن يكون لهم دور في أوقات الأزمات. يجب أن يكون عملهم قادرًا على إثبات نفسه، بغض النظر عن الظروف التاريخية لإنشائه. أما الشخص فيأتي في المرتبة الثانية كما هي الحال بالنسبة للقطع الفنية الجيدة. أدرك أينشتاين هذا الأمر على سبيل المثال، على الرغم من كونه شخصية عامة مشهورة ويعرف كيفية جذب الانتباه واستخدامه، فقد اعتقد أن جنازته ستكون بمثابة إلهاء لا لزوم له، وقال إنه يفضل أن يُنثر رماده في غابة ويترك دون نصب تذكاري. كذلك دافيد هيلبرت، يمكننا أن نفترض أن جنازته كانت بلا روح. اختفى بصمت لائق، دون أن يلاحظه أحد، عبر قطار رمادي، كان الغائب فيه هو الأهم. عاد الغبار إلى الغبار.

اهتموا بالثرثرة، حين نُقنع شخصًا بصحة معادلة رياضية.
فهذا يلقي الضوء على أهمية تلك القناعة.
أعني الثرثرة التي توقظ الحدس.

لودفيج فيتجنشتاين[5].

طليعة الملائكة: طائران، وضفدع

كونيجسبرج، حيث نشأ هيلبرت في النصف الثاني من القرن التاسع عشر، كانت مدينة مُنظَّمة ونشيطة، ومنفتحة، كانت ميناء شرق بروسيا المطل على العالم، ومدينة متوجة في أحدث دولة أوروبية في ذلك الوقت. ومع ذلك، ولّت أفضل أيام المدينة منذ زمن طويل. على الرغم من أن الميناء والبورصة كانا كبيرين ومؤثرين، لكن كونيجسبرج يمكنها التباهي بكونها مركزًا عالميًّا لتجارة البازلاء، والمنفذ الأكبر للحبوب والأخشاب في ألمانيا[6]. لكن هذه السلع فقدت كثيرًا من مكانتها في الثلث الأخير من القرن التاسع عشر. إذ كانت مدينتا ليفربول ونيويورك موانئ المستقبل، حيث لعبت البازلاء دورًا ثانويًّا. كما أصبح الصلب يُصنّع في كل الأماكن الأخرى شأنه شأن الملابس والآلات، ولم يكن بوسع بروسيا سوى متابعة هذا التطور من بعيد. تراجعت مناطق كونيجسبرج النائية اجتماعيًّا واقتصاديًّا وثقافيًّا، وهيمنت عليها عائلات

5- فيتجنشتاين، ملاحظات في أسس الرياضيات، الفصل الرابع، الفقرة 27.

6- راجع فريتس جوزه، تاريخ مدينة كونيجسبرج في بروسيا، كولونيا (بوهلاو) 1996، المجلد 2، صفحة 668 وما يليها.

إقطاعية، رأت التطور التقني والاقتصاد الرأسمالي أشبه بعاصفة مُهدِّدة ناشئة في غرب ألمانيا. وهكذا، في القرن التاسع عشر، ظلَّت المدينة تتمتع بأهمية، لكنها كائنة في منطقة على حافة الإمبراطورية، واصلت خسارة ثِقلها الاقتصادي والثقافي بشكل مستمر. كانت التحصينات سواء المحاطة بالأسوار أو تلك الفكرية عظيمة -الأمر الذي يُعزى إلى قربها من روسيا وغطرسة الملوك- لكنها عشوائية.

شعر الزوار الأجانب بسرعة الركود النسبي. لقد استهلكت كونيجسبرج -وكذلك جامعتها، التي تسمى ألبرتينا- الأساطير المحيطة بكانط، في ليبراليتها وانتظامها فكانت تجسيدًا حَيًّا لعالم الفكر لأعظم أبنائها، «مدينة العقل الخالص والشوارع القذرة[7]». عمومًا، كان أساتذة كونيجسبرج طيبين، لكنهم في الغالب يُفضّلون قضاء وقتهم في برلين أو حتى أبعد من ذلك، في نبض عالم الغرب المُتغير. كانت ألبرتينا رابع أصغر جامعة من جامعات بروسيا العشرين وحتى سبعينيات القرن التاسع عشر لم تحظَ بأكثر من ثلاثمئة طالب. منحتها شخصية وأعمال إيمانويل كانط تراثًا عظيمًا، وروحًا تحوم فوق جميع الموضوعات، ولا بدّ من التذرع بها في كل محاضرة. لكن بعد ثلاثة أجيال من وفاة الفيلسوف لم يعد الرجوع الدائم لنفس الملاذ الفكري يبدو أصيلًا.

تواءمت حالة فصول مادة الرياضيات مع هذا المشهد البحثي المهمَل، حيث لم تحظَ بأي قاعات خاصة بها وتمركزت داخل موقع احتجاز سكارى الجامعة. تألفت المكتبة أساسًا من مجلدات حوليات الرياضيات. لم يكن هناك ألواح كتابة سوداء في قاعة المحاضرات كبيرة كفاية لتناسب المعادلات والبراهين الأطول، التي لم تكن دومًا تستقيم مع

7- مذكرات فليكس داهن، لايبتسيج 1890 - 1895، المجلد الرابع، صفحة 69. نقلًا عن يورجين مانتي، كونيجسبرج، ميونيخ (هانزر) 2005، صفحة 533.

الموضوع المطروح، رغم التشجيع الدائم على الإيجاز. لم يتبع إشغال قاعة المحاضرات جدولًا زمنيًّا محددًا، لكنه استند إلى أقدمية الأساتذة الراغبين في التدريس هناك، كأنه من المثير الاستماع لما سيقوله رجال عجائز. في هذه الحالة كان من المحتم تقريبًا أن يكون الموضع الفعلي لتدريس الرياضيات خارج الجامعة، عندما يكون الطقس جيدًا، وفي المطاعم حين تمطر.

في صيف عام 1884، التقى ثلاثة شبان -المحاضر الخارجي أدولف هورفيتس وطالبان للدكتوراة، هيرمان مينكوفسكي ودافيد هيلبرت- كل يوم تقريبًا في تمام الخامسة مساءً بساحة باراديبلاتس أمام المبنى الرئيس لألبرتينا، للتنزه تحت أشعة الشمس وتبادل المعرفة في بعض العلوم الرياضية لتمضية وقتهم. بالنسبة لهورفيتس، المحاضر الخارجي الأصغر والأقل تصنيفًا في صف الرياضيات، كان شبه مستحيل تخصيص قاعة المحاضرات له، فكان من المنطقي تمامًا البحث عن طلاب حريصين على السير معه واحتساء الشراب، لتلقي العلم خارج أسوار الجامعة. في البداية لم يجد سوى اثنين، لكن عند نشأة ثورة الأفكار، فإن عدد مشعلي الحرائق لا يهم قدر أهمية حالة استنفاد النظام القديم.

كانوا ثلاثتهم ذوي قوام نحيل وشوارب كثيفة، يرتدون حُلَّات محكمة من نسيج ثقيل، متماشية إلى حد كبير مع الموضة السائدة في زمنهم. كانوا منغمسين في محادثاتهم سويًّا، ويبدو واضحًا تركيزهم الذي يستمعون به بعضهم لبعض، ليتأكدوا من عدم تفويت أي تفصيلة مما قيل، أعطى هذا انطباعًا كأنهم يتنزهون تحت ناقوس خَفي يعزلهم عن العالم المحيط بهم. قادتهم نزهاتهم عبر الحديقة الملكيَّة نحو بركة

القلعة، حيث كان مقر روابط الطلاب وأندية التجديف. في ذلك الوقت كان طول البركة يزيد قليلًا عن كيلومتر واحد، وتمتد من وسط المدينة حتى التحصينات الشمالية. لفترة من الوقت حينها، كان ممكنًا -بل وشائعًا- بين الشابات أن يذهبن هناك للتجديف تحت شمس الظهيرة، يتقدمن ببلوزاتهن البيضاء وقبعاتهن الواسعة التي تجذب الأنظار لا محالة. ومع ذلك، كان هؤلاء المتسكعون الثلاثة غير مبالين، إذ لم يعيروا هؤلاء النساء أي انتباه خاصة في تلك الساعة الأهم والأنشط في يومهم. شقوا طريقهم عبر «حديقة البورصة» دون الالتفات يمينًا أو يسارًا، مرورًا بالمطعم الذي يحمل الاسم نفسه، والمبنيّ على طراز حديقة بيرة بافاريَّة مكشوفة في الهواء الطلق، والتي يمكن اعتبارها أعظم متعة في تلك المدينة البروتستانتية المحافظة. المتنزه من حول البحيرة كان محفوفًا بالعديد من مقاعد الانتظار التي وفرت الظروف المثالية للدردشة المريحة والهادئة، إلا أنه لم يخطر ببال هؤلاء الرجال الثلاثة أن يجلسوا على المقاعد مثل أصحاب الأملاك الراضين عما حققوه، لأن خطواتهم كانت بمثابة الإيقاع والأساس لأفكارهم، التي كان لا بد من نسجها واختبارها باستمرار، كي لا يفقد الرجال الثلاثة توجههم أو التحامهم، كما لو أنَّ ضبابًا خريفيًّا أتاهم من بحر البلطيق وحلَّ عليهم فجأة أثناء سيرهم. كان مشيهم وحركاتهم وطقوسهم، أجزاء أساسية من محادثاتهم، المرآة المادية لتقدمهم الفكري.

تواصلت نزهتهم بطول البحيرة شمالًا، مرورًا بالمنازل الشهيرة في «التيجان الثلاثة»، «نحو الجمجمة والعنقاء»، و«إيمانويل»، مرورًا بمدرسة فيلهلم جيمنيزيوم الثانوية، والكنيسة المعمدانية، وأخيرًا أيضًا، برج دوهناتورم، الذي يمثل النقطة التي مرَّت منها التحصينات الحديثة بين بركة القلعة «شلوسشتيش» والبُحيرة العليا «أوبرسي». هنا ترك المتجولون البلدة القديمة وراءهم، وساروا عبر الحدائق المنشأة على

أطلال موقع أسوار المدينة في العصور الوسطى، حتى وصلوا أخيرًا إلى شجرة تفاح، مَقصِد جولتهم اليومية[8]. وهنا يتوقفون لتحديد النتائج الأولية لمحادثاتهم، ومحتوى كل منها، الأمر الذي لم يكن في النهاية سهل الهضم. ربما لأن الموضوعات الرياضية في النهاية لا تناسب الحانات والنزهات؛ يتطلَّب هذا تركيزًا حادًّا، ويجب عدم تجاهل أي شيء، ولا بُدَّ من الاعتناء بكل تفصيلة تتعرض للاستنتاج والتركيب بحرص، فلا شيء يمكن أن يبقى في الحالة التقريبية الهادئة، البدايات التي لا أساس لها غير مقبولة، ولا النهايات المفتوحة أيضًا. الحساب ليس حسابًا، ولا الإثبات إثباتًا إذا ما وجِدت ثغرات غير مبررة أو ظهرت وسائل إضافية غير مقبولة من العدم. علماء الرياضيات يمكن أن يكونوا متحفظين بشكل رهيب ويفتقرون لحس الدعابة، وهذا ما يبرر لجوءهم للغرف المغلقة الهادئة لإخراج عملهم على الورق، حيث يظل قطار الأفكار قابلًا للتتبع وبنسق مناسب. إن الإبقاء على برهان مسألة حسابية طويلة أو خطوات إثبات متعددة في عقل المرء أثناء عمله على تطويرها في الوقت نفسه، قد يسحق الدماغ، حتى أكثر الموهوبين يصلون حتمًا لحدود قدرات العقل البشري. عند هذه المرحلة الأخيرة، ربما لا مفر من إنهاء النزهة أو التقاط لوح من الحانة والبحث عن مكان للتحقق مما إذا كانت الأفكار جيدة حقًّا كما تبدو أم لا.

لدى هورفيتس، الذي كان أكبر قليلًا من الطالبين، شعر أشعث وخشن، أشبه بفرشاة الأحذية. شاربه يعلق فظًّا لأسفل، كصورة نيتشه المعروفة في أيامنا هذه. الانطباع العام الذي يعطيه أنه ليس بصحة

8- يمكن إعادة رسم خط السير بمساعدة خريطة معاصرة للمدينة، ونعي هيلبرت لهورفيتس ومينكوفسكي، والمصادر التالية: رسالة مينكوفسكي إلى هيلبرت في ١٦ أبريل ١٨٩٥. في: كونستانس ريد، هيلبرت، برلين (شبرينجر) 1970، صفحة 122. مذكرات فرديناند فون ليندمان، ميونيخ 1971، صفحة 90 وما يليها. ديفيد رووي، من كونيجسبرج إلى جوتنجن، رسم تخطيطي لعمل هيلبرت المبكر، في: الذكاء الرياضي، 2003، صفحات 44 - 50.

جيدة، وذلك جراء إصابته بالتيفويد بينما كان طالبًا في الجامعة التقنية في ميونخ. كان يعاني من الصداع النصفي بشكل متكرر، بدا واهنًا، رقيقًا، وضعيفا، لكن كانت لديه عيون سعيدة مفعمة بالحيوية. مظهره مُشوش. «لا شيء في هورفيتس أبعد من أن يبدو غبيًّا أو غريب الأطوار. كان دائمًا مُصيبًا وكتومًا وغير واضح المعالم ومتواضعًا، يرفع قبعته لخدم الجيران. لم يكن من الممكن أن يتخيل شخص لا يعرفه أن وراء هذا المظهر المتواضع ما يتجاوز مجرد مواطن محترم من الطبقة الوسطى[9]». فقط أولئك الذين لديهم بعض حس بالرياضيات هم من يستطيعون رؤية الموهبة بداخل هذا الهيكل السقيم والرقيق.

كان هيرمان مينكوفكسي أصغر المُتنزهين الثلاثة الذين واظبوا على جولاتهم معًا وكان أكثر عجبًا من هورفيتس. وُهِبَ قريحة لا حدود لها، اجتاز امتحان التأهيل الجامعي في الخامسة عشرة من عمره، كان أول ظهور دولي له في السابعة عشرة، في عام 1881 قام بحل مسالة الجائزة الكبرى للعلوم الرياضية بأكاديمية باريس في مسابقة جران بري دي سيونس ماتيماتيك. «كانت حول تمثيل عدد صحيح كمجموع عدد مربع خمسة». هذ الحكاية مسلية جدًّا، لأن هنري سميث قد حل هذه المسألة بالفعل قبل أربعة عشر عامًا، وهو أستاذ موهوب في جامعة أكسفورد، دون أن يدرك أحد في باريس بهذا الأمر. (كان طبيعيًّا عدم مُراجعة أكاديمية باريس لهذا الإنجاز في أكسفورد، لأن العلماء في هذه الحقبة تجنبوا متابعة ملاحظة منشورات الدولة الأخرى غير المُدويَّة). كان هذا كافيًا لتسليط الضوء على الشاب مينكوفسكي، لقد حل المسألة بألمعية حتى إن الأكاديمية أرادت حقًّا منحه الجائزة، بغض النظر عن الاعتراضات المتصاعدة من الإنجليز والفرنسيين ذوي الفكر

9- جورج بوليا، بعض علماء الرياضيات الذين عرفتهم، ص 751. في: مجلة إشعارات جمعية الرياضيات الأمريكية (AMS)، المجلد 76/7 سبتمبر 1969، صفحات 746 - 753 .

القومي، لكن شارل هيرمت وكامي جوردان -وهما أكثر الرؤساء نفوذًا في مهنتهما في باريس حينها- استطاعا تمييز الدخول البسيط لسميث من عبقرية مينكوفسكي، وتمسكوا بقرارهم. تعرف جوردان على موهبة المؤلف الشاب كما يُبصِر فنان المنحوتة في قطعة الرخام، وكتب له: «اعمل، أرجوك، لتصير عالم رياضيات بارز[10]». فاستجيب لطلبه.

قبل ذلك بسنوات قليلة كانت عائلة مينكوفسكي قد هاجرت من أليكسوتن، التي تتبع الآن كاوناس في ليتوانا. إذ لم يعودوا يشعرون بالراحة تحت حكم القيصر، منذ بدأ قمع الأراضي البولندية الليتوانية وتكميمها، وفرض الضرائب في أعقاب انتفاضة 1862. كما دعمت أسباب مثل الفرص التعليمية الأفضل وحجم المجتمع البولندي في كونيجسبرج القريبة قرارهم بالانتقال[11]. فضلًا عن أن شقيق مينكوفسكي الأكبر ماكسيم كان قد التحق بالفعل بمدرسة ثانوية في إنستربرج، بالقرب من كونيجسبرج.

برغم موهبته الاستثنائية الجليَّة، وُصِفَ هيرمان مينكوفسكي بالشخص الأكثر تواضعًا وخجلًا، وتعثرًا في النطق، كأن موهبته تسبب له حرجًا شديدًا. ماذا يمكن لصبي أن يفعل وهو يمتلك عقلية فذة مكنته من ضغط سنوات الدراسة في شهور والتي أصبحت أشبه بلعب الأطفال بالنسبة له بينما يتطلب ذلك جهدًا شاقًا وعناء سنوات طويلة من الآخرين؟ ما عليه سوى أن يقرأ كتبًا في الرياضيات والعلوم الطبيعية، وعندما يريد الاسترخاء يقرأ عطيل شكسبير وفاوست جوته. كانت سخرية مينكوفسكي التي احتفظت ببريقها في رسائله الأخيرة، من

10- نقلًا عن دافيد هيلبرت، ومينكوفسكي. في: هيلبرت، جمهرة المقالات، برلين (شبرينجر) 1935، المجلد الثالث، صفحة 341.

11- انظر ليلي رودنبرج، مقدمة مذكرات مينكوفسكي. صفحة 12. في: هيرمان مينكوفسكي -رسائل إلى دافيد هيلبرت، برلين (شبرينجر) 1973.

النوع الذي أصقِلَ من دور المراقب الكتوم الذي تظاهر به في الأوساط الاجتماعية، ذلك الدور الذي سعى إليه بقدر ما فُرض عليه في الوقت نفسه. على أيّ حال، فقد أسِفَ لاحقًا على عدم وجود وقت في شبابه للتهور والانطلاق.

«لا ينبغي لعالم الرياضيات أن يسمح لنفسه بنسيان أن الرياضيات -أكثر من أي علم أو فن آخر- هي لعبة الشباب». إنها ليست مكانًا يمكن للعجائز فيه مواصلة تحريك أي شيء، و«لا أعلم أي تقدم رائد في الرياضيات أحرزه رجل فوق الخمسين[12]». هذا ما كتبه جي إتش هاردي، الأكثر غرابة من بين علماء الرياضيات في القرن العشرين. الشباب لا يعوقهم اليقين المتعلق بالسن، ولا يختالون بالتشبع بالخبرة، ليس لديهم التزامات لنظريات أو مدارس، لديهم كل الحرية ليزِلوا ويسلكوا سبلًا أقل احترامًا. إنهم سذج بما يكفي لتجربة حتى الأمور الأكثر بساطة، والتي أحيانًا تكون هي الحل حين يهدد تعقيد المسألة بتفجير عقولنا. ليسوا متورطين كأساتذتهم في التقنيات التي نشؤوا عليها ويمكنهم تجريب أي جديد بمرح. أشار مينكوفسكي لاحقًا: «كل جندي رياضيات يحمل عصا المارشال في حقيبته، إذا لم يقسم بالانضباط الخالص في كل ما هو متاح[13]». بعكس العلوم التاريخية، التي تعوق فيها كل معرفة الأخرى، لا تصبح الرياضيات أقل تطبيقية من خلال تطورها. «رغم أن الرياضيات اليوم تمثل هيكل استثنائي

12- يقدم هاردي في اعتذار عالم الرياضيات، كامبريدج، القسم 4. ونوربرت فينر أيضًا شرحًا لسبب أن العديد من علماء الرياضيات الذين تجاوزوا الخمسين من العمر يعانون من الاكتئاب: «تعتبر الرياضيات إلى حد كبير مجالًا للشباب، ورياضة للعقل الذي يستدعي القوة المتوفرة فقط لدى الشباب. بعد واحد أو اثنين من الأعمال الواعدة، يرتقي كثير من علماء الرياضيات الشباب الذين أظهروا التعاطف على جانب كبير مثل عظماء الأمس [...] ومع ذلك، فإن فكرة الملل مدى الحياة بعد شهرة قصيرة أمر لا يطاق». نوربرت فينر، رياضيات، حياتي، دوسلدورف (إيكون) 1962 صفحة 43.

13- هيرمان مينكوفسكي، بيتر جوستاف لوجون دركليه. في: الأعمال الكاملة، المجلد 2، تيوبنر (لايبتسيج) 1911، صفحة 458 وما يليها.

وفسيح، فإن المداخل تصير مفتوحة بشكل متزايد، والغرف أكثر نورًا وشفافية، وإذا قمتَ فقط بوضع المفتاح الصحيح في الباب، يمكنك في الحال ولوج أعمق أعماقها[14]». ربما كان مينكوفسكي يصدق في هذه الكلمات إلى حد كبير في مآثر شبابه.

من هذا المنظور، لم يكن دافيد هيلبرت -طالب الدكتوراة الثاني الذي صحب هورفيتس في نزهاته- ذا موهبة واعدة. لا تحمل تقارير أيام دراسته أمورًا مدهشة تستحق التسجيل، سوى بعض مشكلات في الغالب مع اللغات القديمة ودرجات جيدة في الحساب. أنهى مدرسته الثانوية دون أي تقلبات ولا حماسة عظيمة لأي مادة بعينها، لذا فقد شعر لاحقًا أنه مضطر للاعتذار: «لم أكن مهتمًا بشكل كامل بالرياضيات خلال أيام المدرسة، لأنني كنت أعرف أنني سأفعل ذلك لاحقًا[15]». كان كما قيل آنذاك في شرق بروسيا، «سخيف[16]». كان في الثانية والعشرين حينها -أكبر بعامين ونصف العام من مينكوفسكي، الذي رغم ذلك أتم اختبار البكالوريا للحصول على مؤهل جامعي مبكرًا بفصل دراسي- وكان بالفعل له مظهر محاسب معتمد، بشعر خفيف، وأذنين ناتئتين، ونظارة مثبتة على أنفه، وذقنه المدبب.

جسدت عائلة هيلبرت الروح البروتستانتية التي وصفها كانط بأنها قاسية، ومحافظة، وصادقة، رغم حرصهم على المخاطرة، التي بدت في أبهى صورها أخيرًا في كونيجسبرج. كانت حياتهم جيدة التنظيم:

14- رسالة إلى هيلبرت 5 - 17 يوليو 1902. في: هيرمان مينكوفسكي، رسائل إلى دافيد هيلبرت، برلين (شبرينجر) 1973، صفحة 150.

15- نقلًا عن قصة حياة أوتو بلومنتال. في: هيلبرت، جمهرة المقالات، السجلد الثالث، صفحة 389.

16- كونستانس ريد، هيلبرت، برلين (شبرينجر) 1970، صفحة 5. كتاب ريد هو سيرة هيلبرت الوحيدة المتماسكة. يعتمد بشكل أساسي على أقوال الشهود المعاصرين وبالتالي فيو أهم مصدر لجميع أحداث السيرة الذاتية. بالإضافة إلى ذلك، أهم مصدر لسيرة هيلبرت الذاتية نفسها وهو سلسلة من المقالات العلمية التي نشرها ديفيد رووي في عدة أماكن.

الأسبوع للعمل، الأحد للكنيسة، والإجازات الصيفية تقضى بالقرب من بحر البلطيق. كان جد هيلبرت الأكبر يحب التجوال والتنقل في صباه، إذ تدرج من كونه حلاقًا في فرايبرج، سكسونيا، ليصبح طبيبًا حربيًّا في حرب السنوات السبع، حتى صار في النهاية «طبيبًا وجراحًا ومولِّد المدينة[17]» في كونيجسبرج. غالبًا ما كان أبناء العائلة الممتدة يحملون اسم دافيد، كإشارة ظاهرية إلى تراث ديني يتلاشى داخليًّا. جلبت زوجاتهم -بنات معلمي المدارس- التربية أكثر من التعليم للعائلة، ومنحن أطفالهن شعورًا بالواجب أكثر من الثقافة، لينتشروا في المجتمع الذي حملت طبقته الوسطى المتنامية بثبات شكوكًا في الفلاسفة، والأحلام بمجتمع أفضل للشيوعيين والاشتراكيين والفوضويين. كان والد هيلبرت، الذي كان يتنزه مع هورفيتس ومينكوفسكي، قاضيًا محليًّا ومثل والده تمامًا، برجوازيًّا وصارمًا. «محامٍ لطرف واحد بشكل ما، مرتبط جدًّا بكونيجسبرج وأرسى عاداته النظامية أن يخرج في جولته كل يوم[18]». كانت أمه زوجة محترمة لقاضٍ محلي. أتت من عائلة تعمل بالتجارة وفي ساعات الهدوء، أوقات الفراغ، كانت تشغل نفسها أيضًا بالفلك وحساب الأعداد الأولية. خلاف ذلك لم يكن هناك شيء مهم عنها، لا شيء عن اهتمامات خاصة، لا فن ولا موسيقى ولا سياسة. كان هذا شائعًا جدًّا ومألوفًا في الطبقة الوسطى المتعلمة، والمنظمة جدًّا، والمتوسطة تمامًا، حتى إنها كانت شبه معجزة أن يعصي الابن الأصغر دافيد هيلبرت رغبات والده، ويصبح موظفًا مدنيًّا بروسيًّا.

17- قصة حياة أوتو بلومنتال. في: هيلبرت، جمهرة المقالات، المجلد الثالث، ص 388. طبيب مولد وطبيب التوليد.

18- قصة حياة أوتو بلومنتال. في: هيلبرت، جمهرة المقالات، المجلد الثالث، صفحة 389.

كان ذلك التكوين هو الأرض الخصبة لبعض أفضل الأفكار في القرن العشرين. انطوى هيلبرت الأقل لفتًا للأنظار، ومينكوفسكي الذي أثبت مبكرًا أنه بارع، تحت جناح هورفيتس وقادهما في عالم الرياضيات الفسيح. لم ير الصبيان المعجزان في هيلبرت مجرد صبي ممل، بل رأوا فيه أيضًا موهبة نضجت بهدوء. «لقد تمكنت من تحقيق كل شيء في الرياضيات». هكذا قال هيلبرت لاحقًا، «يرجع هذا في حقيقته إلى أنني كنت دومًا أراها صعبة للغاية؛ عندما كنت أقرأ شيئًا أو أسمع عن شيء كان دائمًا يبدو لي صعبًا ويستعصي عليّ الفهم عمليًّا، ومن ثم لا يسعني إلا التساؤل عما يُمكن أن يصير أسهل. ثم.. في عدة مناسبات أصبحت أكثر بساطة بالفعل[19]». أدرك هورفيتس ومينكوفسكي عمق هدوء وأصالة هيلبرت وطريقته البدائية في القيام بأي شيء. في الحقيقة، كما اتضح بعد ذلك بوقت قليل، لقد كان منعمًا بموهبة كافية ليحفظ إيقاعه مع رفاقه في نزهة الخامسة مساءً نحو شجرة التفاح.

«بعض علماء الرياضيات طيور، وآخرون ضفادع. الطيور تحلق عاليًا في الجو وتستطلع المناظر الخلابة للرياضيات من الأفق البعيد. إنهم يسعدون بالمفاهيم التي توحد فكرنا وتجمع المسائل المتنوعة من أجزاء مختلفة من المشهد. أما الضفادع فيعيشون في الأسفل بالوحل ولا يرون سوى الزهور التي تنمو في الجوار. إنهم راضون بتفاصيل أشياء معينة، ويحلون المسائل واحدة تلو الأخرى[20]». هكذا صنف فريمان دايسون أبناء مهنته. استنادًا إلى هذا التصنيف، كان هورفيتس ضفدعًا، ومينكوفسكي وهيلبرت طائرين. لم يكن هورفيتس في المقام الأول

19- نقلًا عن كونستانس ريد، هيلبرت، برلين (شبرينجر) 1970، صفحة 168.

20- فريمان دايسون، الطيور والضفادع. في: مجلة إشعارات جمعية الرياضيات الأمريكية (AMS)، مجلد 56/2 (2009)، صفحة 212.

رجلًا بأفكار ثورية جديدة تمامًا، لكنه دنا أسفل الأشياء حتى حررها من جميع المرفقات، والإشارات المُظلمة، ووصل إلى جوهرها الجميل. كان قادرًا على تكثيف الحقول وتبسيط الحلول حتى الجوهر: «إن القول المأثور هو عبارة موجزة الثِّقل». القول المأثور قصير، لكن مؤلفه ربما يكون قد عمل لفترة طويلة لجعله مكثفًا. اهتم هورفيتس بأفكاره بعناية فائقة، حتى وصل إلى أبسط تعبير ممكن، وخالٍ من الزخارف الزائدة وواضح تمامًا [...] لقد أتقن مجموعة المعارف الرياضية الكاملة في عصره، قدر الإمكان في بداية القرن العشرين[21].

لقد كان مُعلمًا مثاليًّا للطائرين، حيث وصل بهما إلى ذروة عصرهما موضوعًا بموضوع ومسألة بمسألة. من هناك، تمكن هيلبرت ومينكوفسكي من هضم كل شيء: الهندسة، والفيزياء، والجبر، ونظرية الأعداد، وأي شيء آخر خطر على بالهما.

استمرت طقوس المشي ثماني سنوات، تخللتها بعض الانقطاعات المهنية والغياب. لكن كلما سنحت فرصة، خرج الثلاثة ليتوجهوا نحو القلعة، على ضفة بركتها، ليدرسوا «جميع جوانب المعرفة الرياضية[22]».

21- جورج بوليا، بعض علماء الرياضيات الذين عرفتهم، ص. 750. في: مجلة إشعارات جمعية الرياضيات الأمريكية (AMS)، المجلد 76/7 سبتمبر 1969، صفحات 746 - 753.

22- دافيد هيلبرت، أدولف هورفيتس. في: هيلبرت، جمهرة المقالات، المجلد الثالث، صفحة 371.

أولئك الذين يفتقرون إلى روح خيال لاذع وعميق، بحاجة إلى مشاعر مُرهفة وصدمات. حتى يمكنهم فهم حجم الظواهر وكثافتها وتعيين المعنى المناسب لقوتها.

هناك إدمان للعنف، والحزن، والبؤس، وتصاعد المشاعر وحتى الارتباك.

ومع ذلك، فإن هذا الاضطراب أقل ثراءً وأهمية وعظمة من الظواهر التي تحافظ على وضوحنا وتمكننا من تمييز المظهر الخارجي والحفاظ على أنظمتنا الداخلية.

مذكرات بول فاليري[(23)].

شحذ الذهن

اتضح انتصار الأساليب العلمية أيضًا في الحياة اليومية للإمبراطورية؛ فأصبح الأطباء وعلماء النباتات والفيزياء والكيمياء يحظون بالتقدير والاحترام على نطاق واسع في القرن التاسع عشر، بينما تدنت مكانة علماء اللاهوت. حطمت الثورات الاقتصادية والسياسية في نحو عام 1800 اعتقاد النظرة الثابتة للعالم، وأصبح العلم هو الأداة التي سيتم استغلالها في المستقبل. لقد كانت خطوات «طليعة الملائكة»، التي وعدوا بها ليكون العالم مكانًا أفضل وأكثر ملاءمة للعيش، على حد وصف المُتنزهين الثلاثة. (كانوا أيضًا مقتنعين بصدق أنهم على الطريق الصحيح والمعصوم نحو «أفضل ما في العالمين». مع نظرة ازدراء إلى العصور السابقة بكل حروبها ومجاعاتها وثوراتها [...]. لكن الآن لم

23- أطهر عقلي؛ بول فاليري وصناديقه الخفية، بقلم: توماس شتولتسل، فرانكفورت 2011، ص 71.

يمض سوى بضعة عقود فقط قبل التغلب على الشر والعنف الأخيرين، كان الإيمان بهذا «التقدم» المتواصل -الذي لا يمكن إيقافه- بمثابة قوة الدين في ذلك العصر؛ [...] ويبدو أن إنجيلهم قد أثبتته دائمًا عجائب الحياة اليومية الجديدة في عصر العلم والتكنولوجيا[24]».

كان فاوست جوته بطلًا للبرجوازية المتعلمة المحبة للتكنولوجيا، ولم يكن مضطرًا حتى إلى دفع ثمن رغبته الجامحة في المعرفة. كما كان مينكوفسكي يحفظ من هذا العمل بعض المقاطع الطويلة عن ظهر قلب.

احتاجت التقنية التي أدت إلى التقدم أن تستند إلى الفيزياء، والتي اعتمدت بدورها على تطور الرياضيات. واعتمدت الثورة الصناعية بأكملها على مجموعة قليلة من تطبيقات الرياضيات، كانت قد وُضعت منذ قرنين، «هذا الوجود برمته، الذي يُحيط بنا، لا يعتمد فقط على الرياضيات لملاحظته، ولكنه قد وُجِد بالفعل من خلالها، ويعتمد عليها لبقائه. بالنسبة إلى رواد الرياضيات الذين قدموا أفكارًا مفيدة لبعض المؤسسات، فحصلوا من خلالها على نتائج وحسابات، ثم استولى الفيزيائيون عليها للحصول على نتائج جديدة، وأخيرًا جاء التقنيون، وأخذوا في الغالب النتائج فقط، ثم وضعوا نتائج وحسابات جديدة اعتمدوا عليها في صناعة الآلات[25]».

يمكن لعلماء الرياضيات، بضمير مُستريح، أن يروا أنفسهم جزءًا من التطور الهائل الذي حوَّل العالم إلى الصورة الأفضل التي حلموا بها. كل هذا كان له تأثير كبير على الجيل الأحدث. فقد امتزج الإيمان بالتقدم مع إرادة تسمح بتحويل الأفكار النظرية في وقت لاحق إلى أفعال لدى

24- شتيفان تسفايج، عالم الأمس، فرانكفورت. فيشر 2015، صفحة 17.

25- روبرت موزيل، رجل الرياضيات، عام 1913.

هيلبرت على وجه الخصوص أكثر من هورفيتس ومينكوفسكي.

ومع ذلك، فإن روح التقدم الهادئة للرياضيات واجهت روحًا مختلفة وأكثر صرامة، كرد فعل لتعامل أفكار عصر الباروك غير المتكافئة مع هذه العلوم الأكثر دقة. ظلت الرياضيات أكثر شيوعًا مما كانت عليه في القرنين السابع عشر والثامن عشر. فقد كانت لفترة طويلة ولا تزال علمًا مساعدًا للجغرافيين والفلكيين والمصرفيين الذين لم يهتموا بما نسميه الآن الرياضيات «البحتة». وكانت صالحة للتطبيق، ومرنة في التعامل. في هذا الوقت، فضّل علماء الرياضيات التباهي بالتطبيقات والنتائج بدلًا من شرح التقنيات والاعتبارات الأساسية.

لم تكن البراهين القوية مهمة حين كانت الصلة لا تزال وثيقة بين الرياضيات والفيزياء، ويمكن التحقق من صحة الحسابات في الطبيعة، وهي أكبر آلة حسابية وإثباتية للجميع. إذا لم ينجح الاحتمال المتوقع في الجدول، وإذا لم يتزامن حساب المدار مع الملاحظة العملية، وإذا اختلف الاهتزاز عما توقعه النموذج النظري، وإذا لم تكن الحسابات مُجرَّد سوء تقدير، فإن الرياضيات تتكيف مع الواقع وليس العكس. إنها بمثابة أداة يدوية، تطورت كآلة تعمل بكفاءة أكثر.

منذ نهاية القرن الثامن عشر، زدادت المطالبات بشكل ملحوظ وانتهى التقدم البهيج. أصبح الآن لزامًا صياغة تعريفات محددة للمصطلحات كافة التي لا تزال سارية منذ المئة والخمسين عامًا الماضية بشكل ظاهري. بدأت تنتشر روح الرصانة العامة، وقدم الأساتذة والمفكرون نوعًا من التدريب العملي المتخصص لكل مهنة. لم تعد القيود تشكل عقبة أمام تحقيق نتائج جديدة «معظمها مادية»، والوصول إلى الأهداف. إذا كان بالإمكان ممارسة عرض الرياضيات «وكذلك الفلسفة» مثلما يفعل النبلاء في صالونات عصر التنوير وكذلك تقديم المبررات لها بطرح

الآراء والحدس وبعض الجماليات، فلم يعد الآن يُتخذ على محمل الجد سوى ما جرى صياغته وتبريره بدقة، بصرف النظر عن فائدة التطبيق العملي. سادت الروح المتشككة التي لم تعد تقبل المُسلَّمات المستوحاة من ميتافيزيقيا الماضي العظيم. لم تعد الرياضيات تستعير مسائلها من علوم اللاهوت أو الطبيعة، لكنها طرحت نفسها بشجاعة. كما لم تظل الأسماء الكبيرة في الماضي ضمانًا للدقَّة[26]. حدثت بطريقة مغايرة، في الرياضيات، نفس العملية التي دفع بها كانط الفلسفة إلى نقطة التنوير. ما كان يُعد سلفًا مخزونًا آمنًا للمعرفة، يجب أولًا استخلاصه من النقد، ثم تنقيته من كل الخرافات والأفكار الغامضة، لتوفير أساس متين للعمل.

من أجل المزيد من الإيضاح ابتكر جوتفريد فيلهيلم لايبنيتس (1646-1716) وإسحاق نيوتن (1643-1727)، حساب التفاضل والتكامل، وبذلا جهدًا كبيرًا في صياغته، لاستعادة القيم اللانهائية التي تقع في جوهر هذه التقنية من خلال تعريف محدود وملموس. لم تكن الفكرة الأساسية هي التورط في التعامل مع القيم الصغيرة اللانهائية، ولكن إيجاد الحدود الأدنى، التي يمكن إدراك أنها أكبر من ذلك. «التفاضل»، كما كانت تسمى القيم الصغيرة التي تختفي في رسم المنحنى، تم فصله

26- حاشية للمتقدمين: على سبيل المثال، كان نيلز هنريك ابيل يسخر من ليونهارد اويلر. وقد ناقش هذا أثناء الشراب، والمجموع لا نهائي 1-1 + 1-1 + ... لها القيمة ½، وفي مكان آخر؛ $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 = 0$ لكنه لم يستطع إلا أن يقول ذلك لأنه كان أويلر العظيم، الذي يمكنه تبسيط الرياضيات. اليوم يمكننا أن نقول إن المتتالية 1-1 + 1-1 + ... متباعدة، لأن تسلسل المجموعات الجزئية 1، 0، 1، 0، ... لا يقترب من أي قيمة حدِّيَّة. وضع كوشي تلك المعادلة في عشرينيات القرن التاسع عشر. وميَّز أويلر مجموع هذه المتتالية عن قيمتها وقال إن القيمة يمكن استخدامها في هذه الحالة. بدأت سخرية أبيل على النحو التالي: «هل هناك أفظع في التفكير من قول بأن $1^n - 2^n + 3^n + 4^n = 0$ إلخ... حيث n عدد طبيعي. Risum teneatis amici لقد فتحت عيني بذهول؛ لأنه إذا تم تجاهل أبسط الحالات، [...] فلن توجد متتالية واحدة تقريبًا في الرياضيات سيتحدد مجموعها بدقة. بمعنى آخر، فإن أهم شيء في الرياضيات من دون برهنة. معظم الأشياء صحيحة، ومذهلة. أحاول معرفة السبب. فإنها مهمة مثيرة للغاية». رسالة إلى هولمبو في يناير 1826 مقتبسة من أريلد ستوبهاوج، ومضة برق. نيلز هنريك أبيل وعصره، برلين (شبرينجر) 2003، ص 343. Risum teneatis amici اقتباس لاتيني من هوراس يعني: كبح ضحك الأصدقاء!

عن تعريفات ومصطلحات مثل (الاستمرارية). كما فقدت مصطلحات «نهاية الدالة» و«التقارب» المرونة الخاصة بها. ولجعل الفرق أكثر وضوحًا، تمت إعادة تسمية الموضوع «التحليل»، حينها بدا كل شيء مُنسجمًا ومرتبًا، على الأقل لفترة من الزمن.

أدت الجهود المبذولة لتأمين الأسس عبر الإنشاء إلى ميل قوي نحو التجريد. أنشأ شابان رحلا في مُقتبل العمر -وهما نيلز هنريك أبيل (1802-1829) وإفاريست جالوا (1811-1832)- أساسًا للجبر الحديث من خلال المساعدة في حل المشكلة القديمة جدًّا المتمثلة في كيفية صنع خماسي منتظم باستخدام مسطرة وفِرجار، وتقليل النظر في شكل النتيجة مقارنة ببنية المشكلة وتماثلها (وبهذا حلا مشكلتين قديمتين أخريين؛ مضاعفة المكعب، وتثليث الزاوية). الإجابة عن سبب استحالة هذا الإنشاء قدمها جالوا قبل إطلاق النار عليه في مبارزة، لكن الحل كان معقدًا بحيث استغرق الأمر سنوات عديدة حتى الاعتراف به. ومع ذلك، كان أيضًا مُبتكرًا لدرجة أن ما يسمى اليوم بنظرية الزُمَر تطورت وخرجت منه، وهي إحدى اللبنات النظرية على نفس القدر من الأهمية والتجرد حتى أصبحت لا غنى عنها للرياضيات الحديثة وليس فقط الجبر (والذي موضح أدناه معناه وموقعه). وهكذا، في الرياضيات، فإن الميل إلى حل المشكلات من خلال إنشاءات ملموسة أقل من التحليل المنطقي للهياكل التجريدية. وبالتالي تصبح غير مُناسبة للأفراد العاديين، الذين يبدو لهم الملخص جافًّا وغير مثمر. التجريدية هي في الواقع تبسيط، لكنها غالبًا لا تساعد في البداية. كان هدفهم هو وصول فئات كبيرة من المشاكل إلى جوهرها من خلال تقديم مفاهيم وتعريفات جديدة، يمكن للمرء أن يأخذ وجهة نظر أعم، مما يسمح له بالنظر أعمق، وبالتالي الكشف عن سياقات أكبر تتجاوز وجهة النظر السابقة الساذجة.

كان المجال الذي استفاد كثيرًا من السعي وراء النقاء والتجريد في القرن التاسع عشر هو نظرية الأعداد. هنا يمكن أن يؤدي سبر أغوار الأسئلة البسيطة (حول خصائص الأعداد الصحيحة) إلى إجابات غير سارة للغاية. على سبيل المثال، تقع حدسية جولدباخ في إطار نظرية الأعداد، والتي تنص على أن كل عدد صحيح طبيعي زوجي أكبر من اثنين يمكن كتابته على شكل مجموع عددين أوليين (مثل 8 = 5 + 3 أو 18 = 7 + 11 = 5 + 13). هذه الأطروحة صحيحة لجميع الأرقام حتى 4×10^{18} (هكذا تمكنت أجهزة الكمبيوتر اليوم من اكتشاف المشكلة)، لكن هذا ليس دليلًا، فهي تُجيب بدقة على مُنظري الأعداد منذ عام 1742.

أو على سبيل المثال، مبرهنة فيرما الأخيرة، التي تنص على أن المعادلة (أ^ن + ب^ن = ج^ن) للأعداد الصحيحة الموجبة (أ، ب، ج، ن) التي هي أكبر من 2، لا يوجد لها حل. لذلك ما يجري في ($3^2 + 4^2 = 5^2$)، لا يصلح مع الأس الأعلى. لماذا؟ كتب بيير دي فيرما (1607–1665)، وهو محامٍ ومُنظّر أعداد، في هامش كتاب مدرسي وجد لديه: «دليلًا رائعًا حقًّا» (demonstrationem mirabilem sane detexi)، لماذا يستحيل وجود حل، حيث زعم أن له برهانًا أكبر من أن يسعه ذلك الهامش. لقد تخلى عن لغز لم يتمكن من حله إلا في عام 1994. إذًا ادعاء فيرما صحيح، لكن الدليل -اليوم- معقد بشكل مذهل، معقد للغاية بالنسبة لإمكانيات فيرما. تمت معالجة المسائل من هذا النوع بنشاط في القرن التاسع عشر، لم يكن لدى من فعلوا ذلك سوى الرياضيات البحتة لتشغل رؤوسهم، لأن التطبيقات لم تكن متوقعة هنا. نظرية الأعداد هي حقل في الرياضيات، حيث تتوافق تمامًا مع نفسها ويجب ألا تأخذ في الاعتبار الحركات الكوكبية أو الأمور العملية الأخرى. وعندما يجد المستخدم نتائجهم التي توصلوا إليها (كما هي الحال في تقنية التشفير اليوم)،

فإن مُنظِّري الأعداد يتنهدون بعمق ويؤكدون أنه ليس لديهم أي علاقة به.

انجذب مُتنزهو كونيجسبرج الثلاثة بشكل خاص إلى هذا الجانب. لقد طوروا شغفًا مشتركًا بالأجزاء الأكثر تجريدًا في علمهم؛ بالإضافة إلى نظرية الأعداد، أصبحوا أيضًا متحمسين للجبر (الذي يفحص خصائص العمليات الحسابية). فُتِنوا بالإمكانيات التي يُتيحها العمل في التجرد العام، ولا سيما ربط مختلف فروع الرياضيات من خلال التطبيق الإبداعي في المجالات التي لم تكن هدفًا في الأصل.

تمثل المناهج في الرياضيات نفس أهمية الأسئلة في الفلسفة؛ فهي الأصل. إذ تصبح المناهج الجديدة محورًا لأفرع العلوم الجديدة وتدفع بعجلة التطور. هم أولًا يعطون المفاهيم معناها الطبيعي ومكانتها، فهي الفكرة الفعلية. عند تزايد عملية بناء الأفكار المجردة، تصبح المناهج ضرورية، حيث تضم جميع جوانب التطبيقات، التي ربما كانت ذات يوم مُجرَّد نقاشات أوليَّة. إنها المغامرة الحقيقية في الرياضيات، وهي أكثر أهمية من الجمل والنتائج التي تعتمد عليها. ومع ذلك، فإن المناهج الجديدة تثير الجدل دائمًا في البداية، والطريق غالبًا ما يكون طويلًا وصخريًّا من جرأتها، يصل إلى التسليم والتقدير العام. ومن المؤكد أن زعزعة الثوابت القديمة والمناهج المرتبطة بها هو بالتأكيد عمل الشباب.

جاءت أكثر الأحداث المنهجية إثارة أثناء التمشية في كونيجسبرج بلا شك على يد جيورج كانتور (1845-1918)، الذي ظهر اسمه في كثير من أركان القصة لأن موضوعها هو اللانهاية. لقد أثرى الرياضيات

بطريقة جديدة تمامًا للتعامل مع غير المحدود، تاركًا وراءه نظرية المجموعات ككيس من البراغيث.

كان كأنتور أستاذًا من هالي مُصابًا بالهوس الاكتئابي، كان موضوع حياته الثاني -بجانب معرفة المجموعات اللانهائية- هو كشف الهوية الحقيقية لشكسبير. وكان كل هذا يمكن أن يؤدي بسهولة إلى الجنون. لم يحسم كانتور موضوع شكسبير، لكنه ابتكر تعريفات وتقنيات براهين للتعامل مع اللانهائي، ووضع عمل ذي تأثير دائم وعظيم لا يُقهر. ربما كان تصور اللانهائي بأدمغتنا الأرضية أكثر المشاريع طموحًا في رياضيات القرن التاسع عشر (بالإضافة إلى التغلب على الهندسة الإقليدية «الكلاسيكية»)، وليس من المستغرب أن تدخل نظرية المجموعات الجديدة التي تلت ذلك في جدال كبير حول أسس الرياضيات ككل.

قدم كانتور درجات مختلفة من اللانهاية، وهي الفكرة التي أخافت أساتذته في جامعة برلين، خاصة ليوبولد كرونكر (1823-1891). لا نهائية الأعداد الطبيعية 1، 2، 3 ... أمر بديهي، لأنه لا يمكن تسمية أكبر عدد طبيعي. أظهر كانتور أن الأعداد النسبية (والتي يمكن التعبير عنها ككسور، مثل ½، $\frac{2}{3}$، ¾، $1/100$، $9/5$) يمكن تدوينها بطريقة نسبة كل منها لرقم طبيعي، وبالتالي فإن لا نهائية الأعداد الطبيعية تتوافق مع لا نهائية الأعداد النسبية، بالرغم من وضوح وجود المزيد من الأعداد الأخيرة. هذا نتيجة لتقنية تدوين كانتور، حيث لا يوجد شيء يمكن شرحه. وبالتالي فإن الأعداد النسبية لا يمكن حصرها مثل الأعداد الطبيعية. أظهر كانتور أن الأعداد الحقيقية (والتي تقريبًا لا تشمل فقط الأعداد النسبية ولكن أيضًا تلك التي لا يمكن كتابتها ككسر، أي عدد الدوائر، أي شيء يمكن التعبير عنه بطريقة أو بأخرى كعدد من

الفواصل)، للانهايتها حجم مختلف، أو كما يقال: إنها ذات قوة مختلفة (لا يمكن وضع عناصرها في دالة تقابلية[27]).

يجدر بنا أن نُدوِّن هنا طريقة تفكير كانتور البسيطة. يستند البرهان إلى ما يسمى طريقة قطري. من المفترض أن لانهاية الأعداد الحقيقية لها نفس قوة الأعداد الطبيعية (أو النسبية). إذا كان الأمر كذلك، فيجب تدوين الأعداد الحقيقية في قائمة قابلة للتعداد. على سبيل المثال، يجب كتابة جميع الأرقام الحقيقية بين 0 و 1 بترتيب دقيق مثل هذا:

0.50000000

0.33333333

0.25000000

0.66666666

0.20000000

0.16666666

0.40404000

0.75000000

فكر الآن في الرقم المائل العريض: 0.53060600 وقم بتغييره في كل خانة، مثلًا من خلال إضافة (1) ستحصل على رقم 0.64171711...، وهو بالتأكيد ليس في هذه القائمة، لأنه يختلف عن كل رقم في القائمة في موضع واحد على الأقل. يؤدي افتراض أن الأرقام الحقيقية يمكن تدوينها في قائمة قابلة للعد إلى تناقض، لأنه من هذه القائمة يمكن إنشاء رقم غير موجود فيها. لذلك لا يمكن وضع

27- حاشية للمتقدمين: مفيوم القوة هو تعبير عام عن «عدد عناصر مجموعة» على مجموعات لا نهائية. بالنسبة لمجموعة محددة، تشير القوة إلى عدد العناصر. مع وجود مجموعات لا حصر لها، يمكن إثبات وجود انحراف بين الأعداد الطبيعية والأعداد النسبية، بحيث تكون المجموعتان قويتين بنفس القدر. ينتج اختلاف العروض المتباينة عندما لا يمكن نسبتها سهميًا بعضها لبعض.

الأرقام الحقيقية في قائمة تعداد. وبالتالي فإن الأعداد الحقيقية لها قوة مختلفة عن الأعداد الطبيعية. فهي لا حصر للانهايتها.

تبدأ المتعة في التعقيد على نحو خطير عندما تفكر فيما إذا كان هناك قدر كبير من القوة بين القابل للعد واللانهائي. خمن كانتور أن هذه ليست هي الحال، لكنه لم يستطع إثبات ذلك، فقام بتمرير هذا التخمين باعتباره «فرضية التواصل» للأجيال القادمة. سؤال آخر غريب بنفس القدر، هو كيف يمكن أن تبدو متحدة مجموعة المجموعات اللانهائية، في أي مجموعات من جميع أنواع اللانهاية؟ أو ما هي قوة المجموعة التي تتكون من مجموعات فرعية لمجموعات لا نهائية؟

نظرت المؤسسة في برلين، ممثلة من خلال كرونكر، في فكرة البحث عن بُنَى في اللانهائية، والتي ربما من المتوقع في النهاية أن تكون سريالية[28]. إلى أين يجب التعامل مع مثل هذا النهج ليؤدي إلى اللانهائي؟ ألم يكن هناك الكثير من الجهود المبذولة لحصر الرياضيات في منطقة محدودة وتنظيف إرث فوضى حساب التفاضل؟

لطالما ظل التعامل مع اللانهائي غريبًا، على الرغم من أن الطرق والتعريفات كانت تتحسن وتزداد دقتها. إذ يعني التفكير في اللانهائي وجود شيء ما في المُخيِّلة من دون صورة أو تصوُّر. اللانهائي غير موجود في الطبيعة، التي تتكون في أصغرها من الكم، وحتى في أكبرها لا يمكن أن يقال إن عالمنا ممتد بلا حدود في الزمان والمكان من دون مزيد من اللغط. هذا لا يحدث في تجربتنا، إنه ليس تجريدًا حقيقيًا، ولكن تجريد خالص. ومع ذلك، فإن الرغبة في الإمساك والتفكر في

28- حاشية للمتقدمين: حدد جوزيف كونواي حقلًا من الأعداد في نحو عام 1970 لها معنى في اللانهائية وخارجها. في هذه الحالة يكون من المنطقي، على عكس الأرقام التقليدية الموضحة، إضافة أو مضاعفة اللانهائي. وتسمى هذه الأرقام اليوم الأعداد فوق الحقيقية.

اللانهاية تعني دائمًا، بالمعنى الحرفي، الانتقال إلى خارج حدود العقل. أولئك الذين يجرؤون، بالرغم من كل شيء، على القيام بذلك سرعان ما سيجدوا أنفسهم بمفردهم.

بسبب شجاعة كانتور في تجاوز حدود المُتناهي (واحتقار المؤسسة)، أعجب به الشباب وخاصة الثلاثة المُتنزهين بجوار بركة قلعة كونيجسبرج إعجابًا لا حدود له. «كان كانتور يحترم أكثر علماء الرياضيات المعاصرين له، بينما في الوقت نفسه كان اسم كانتور مُحرَّمًا في الأوساط الرياضية السائدة، ولم يروا في أعداد كانتور الموروثة، سوى الأوهام الخبيثة[29]». لكن كانتور لم يولد ليكون بطلًا فكان حساسًا للغاية في مثل هذا الخلاف مع كرونكر (لأنه ربما لم يُصادف العقل الذي يمكنه أن يستوعب اللانهائي) وانتهى به المطاف، بالموت جوعًا، في مصحة عقلية عام 1918.

29- دافيد هيلبرت وهيرمان مينكوفسكي. في: هيلبرت، جمهرة المقالات، المجلد الثالث، صفحة 360.

هذا هو الأساس الذي يعتمد عليه حسم كل هذا الفن. وهو موجود في مبدأين: تحديد جميع العلاقات التي يستخدمها الفرد، وإثبات كل شيء من خلال استبدال التعبيرات المحددة بالتعريفات الموجودة في الذهن.

باسكال، الروح الهندسية.

رحيل هيلبرت إلى جوتنجن

أخذت الحياة المهنية للمُتنزهين الثلاثة مسارها الطبيعي؛ إذ بدأ هيرمان مينكوفسكي في عام 1887 تدريبًا مهنيًّا في جامعة بون، ولم يُعاود رحلاته المشتركة إلى شجرة التفاح إلا في عطلاته. طوَّر في أقصى غرب بروسيا، ولعًا خفيًّا بالفيزياء منذ أن استمع إلى محاضرات هاينريش هرتس بدافع الملل أولًا (إذ لم يكن هناك الكثير من الأنشطة الخاصة بعلم الرياضيات في بون) الأمر الذي بات يفعله لاحقًا باهتمام متزايد بل إنه راح يجري تجارب فيزيائية. بالمصادفة، أخبر هيلبرت عن ذلك. كان يرتدي أحيانًا معطف المختبر الأزرق، ويصفه أنه «تدريب لا يمكن تخيل مدى مشقته[30]». واقترح فترة نقاهة لنفسه من جميع الممارسات لمدة عشرة أيام على الأقل قبل زياراته لكونيجسبرج العقلانية البحتة، من أجل الانضمام إلى عالم الفكر هناك. لاحظ مع

30- رسالة إلى هيلبرت في 22 ديسمبر 1890. انظر أيضًا رسالة 19 يونيو 1889. مقتبسة من هيرمان مينكوفسكي، رسائل إلى دافيد هيلبرت. برلين (شبرينجر) 1973.

هرتس عدم ارتياحه للديناميكا الكهربائية لماكسويل وميكانيكا نيوتن، فضلًا عن حماسه لمعادلات الفيزياء. منذ ذلك الوقت احتفظ بفهم الإجراءات التجريبية في الرياضيات، ثم أكد مرارًا توقعه أن تجد نظرية الأعداد في يوم ما تطبيقات عليها في الفيزياء[31].

في عام 1886، أصبح هيلبرت مُحاضرًا في كونيجسبرج وهو لم يزل في الرابعة والعشرين من عمره، وكان قد حاول بطريقة أو بأخرى تجنب أداء الخدمة العسكرية المعتادة التي تكون مدتها عامًا واحدًا. لكنه ظل يتصرف كأنه طالب أكثر من كونه شخصية أكاديمية مرموقة، لأنه في مرحلة ما، عندما قلَّت التمشية بصحبة الرياضيات، اكتشف سحر مقاهي الرقص عند بركة قلعة كونيجسبرج. كان يحب الرقص ونادرًا ما يربط نفسه بشريك معين، كما تتطلَّب العادة. لكنه استقبل بترحاب من قبل الفتيات، وظلَّت تلك قناعته حتى سن الشيخوخة.

كان السفر إلى الأماكن الحيوية بالنسبة لتخصصه من متطلبات تدريب الأكاديميين الشباب. فكان عليه التوجه في عام 1885/1886 إلى لايبتسيج، لينضم إلى معقل كبار علماء التخصص، حيث جمع فليكس كلاين في ذلك الوقت حوله أكبر مجموعة من العقول الواعدة. ومن الواضح أن هيلبرت قد ترك انطباعًا جيدًا هناك، فنُقِل إلى باريس، حيث يدرس المبدع هنري بوانكاريه. لم يكن هناك الكثير ليقوله حول اللقاء مع الفرنسي الخجول والمتوتر معظم الوقت (كان يعيش تحت الاحتلال البروسي لبضع سنوات، وبالتالي كان يتحدث الألمانية بطلاقة). لم يكن على هيلبرت أن يأخذ هذا الأمر على محمل شخصي لأن بوانكاريه لم يُدرِّس سوى لعدد قليل من الطلاب طوال حياته. لكن مثلًا، كان شارل

31- انظر، على سبيل المثال، مقال مينكوفسكي حول ديريشلت في فبراير 1905. في: مينكوفسكي، جمهرة المقالات، المجلد الثاني، لايبتسيج (تويبنر) 1911، صفحة 451 وما يليها.

هرميت، الذي دافع عن إنجاز الشاب مينكوفسكي أمام الأكاديمية، أكثر انفتاحًا وودية. لكنه كان مُسِنًّا ولم يُقدم جديدًا في الآونة الأخيرة. بعد كل هذا، جمع هيلبرت الانطباعات والاقتراحات، واستكشف الزوايا المختلفة في مجاله، وعاد راضيًا بعد عام واحد فقط إلى كونيجسبرج.

أصبحت نظرية الثوابت هي الموضوع المحبب إليه في ذلك الوقت. حيث ظهرت الثوابت في حقول مختلفة في الرياضيات، مثل الهندسة الإسقاطية، وهو موضوع بدأه رسامو عصر النهضة. لقد أرادوا عرض صور لأشكال ثلاثية الأبعاد على الأسطح المنحنية التي لا تنتمي إليها بالفعل. إذا كنت ترسم شخصية بشرية في قبة الكنيسة، فما هي النسب في اللوحة بحيث تبدو واقعية بشكل معقول أمام المُصلِّين؟ وما هي النسب الثابتة والمُتغيِّرة؟ حدثت مشكلة مماثلة عند عرض الكرة الأرضية على خريطة مسطحة؛ أين تُشوه الصورة وأين تتغير؟ أو الزوايا الثابتة في القياس أو الدوران أو تطابق النسخ. أثناء ذلك، تظهر كثيرًا مشكلة الثابت.

أدت هذه الأسئلة العملية إلى طرح العديد من القضايا المعقدة. برزت في هذه العملية، مسألة دقة أساس النظام الثابت كمشكلة مركزية. لكن ما هذا بالضبط، لا ينبغي أن يكون أمرًا هامًّا. لحل هذه المشكلة، عمل علماء الرياضيات بأكبر قدر من المثابرة، لأن الحسابات كانت تتطلَّب العديد من الصفحات. وينتظر النجاح الأكبر الذين لديهم أقل احتمالات للخطأ. تعامل هيلبرت مع المشكلة من خلال إعداد أطروحة، ويمكن اعتباره خبيرًا أيضًا. ومع ذلك، نظرًا لأنه لم يكن الأكثر كدًّا، كما وصف نفسه دائمًا، فقد توصل في نهاية المطاف إلى فكرة للبحث بأسلوب أبسط من مجرد ملء الورق بالمعادلات. وكانت تلك فكرة ثاقبة. بدلًا من العمل على أنظمة المعادلات، تساءل هيلبرت عما ستكون عليه الأمور

إذا لم يكن هناك ثابت محدد، واكتشف أن هذا من شأنه أن يؤدي إلى تناقض. على الرغم من أنه لم يستطع تحديد شكل ملموس للثابت، إلا أنه كان يعرف أنه موجود[32].

حوّل هذا هيلبرت إلى عاصفة احتجاج مقابل كل علماء الرياضيات الذين أحبوا حل المعادلات والخوارزميات، بدا لهم أن هيلبرت يقوم بخدع منطقية. كان باول جوردان «ملك نظريَّة الثابت»، حتى ظهور هيلبرت، الذي دعا لنهج «لاهوتي[33]» (حيث يتم إثبات الوجود في الواقع)، لا علاقة له بالرياضيات. وعلى أي حال، وبَّخ ليوبولد كرونكر كل ما لم يتم بناؤه وفقًا لخوارزمية. لقد كان الرجل العجوز صارمًا في الرياضيات الألمانية، والذي ذهب إلى أبعد من ذلك في التشدد والتعقيد. وفقًا لنمط الرياضيات المدرسية، فإنه يجب البرهنة، تمامًا كما يمكن بالطريقة نفسها إنشاء مثلث متساوي الأضلاع بمسطرة وفرجار. عملية تسلسل الخطوات الثابتة، والتي بموجبها تمكن الطلاب من إجراء عمليات الرسم أو الحساب بأبسط الاحتمالات، أطلق عليها اسم خوارزمية (أي نموذج ملموس خطوة بخطوة للوصف، يمكن أن تكون الخوارزمية سميت باسم عالم الرياضيات الخوارزمي، نحو عام 800 في بغداد). جذبت البساطة والسلاسة الملموستان في الخوارزميات العديد من علماء الرياضيات. كل ما كان «بلا أساس منطقي أو فلسفي» كان مقامرة فكرية خاوية. كانت

32- حاشية للمتقدمين: دافيد هيلبرت، عن دقة نظام التحول للأشكال الثنائية الأساسية. في: حوليات الرياضيات، المجلد الثالث والثلاثين (1889)، صفحة 223 - 226، المجلد الثاني، برلين (شبرينجر) 1933، صفحات 162-164. تُعرف النظرية اليوم بأنها نظرية هيلبرت الأساسية، وتنص على أنه يمكن وصف كل مجموعة جبرية متقاربة القيمة بأنها مجموعة من الجذور الشائعة للعديد من كثيرات الحدود.

33- (لقد كان جوردان رافضًا في البداية حين قال: «هذه ليست رياضيات، إنها لاهوت». ثم قال لاحقًا: «أنا مقتنع بأن اللاهوت له ميزاته أيضًا»)، فليكس كلاين، محاضرات حول تطور الرياضيات في القرن التاسع عشر، برلين (شبرينجر) 1926، صفحة 330 وما يليها.

الرياضيات وفقًا لكرونكر علمًا طبيعيًا، لا يمكن أن تبدأ بالتعريفات[34]، ولكن فقط بالأرقام الطبيعية التي وهبها الله وتأمُّل الطبيعة. ينبغي على التعريفات في الرياضيات «ألا تكون متسقة في حد ذاتها فحسب [...] ولكن أيضًا مستمدة من تجربة[35]». يجب أن تكون الرياضيات ملموسة وحيَّة، دون خدعة، صيغًا منطقية بلا سبب واقعي. لن يستطع أحد فعل شيء في وجود أدلة على حدوث تناقض عن افتراض عدم الوجود. ما هو البرهان المفقود، ما هو شكل الحل بالضبط؟

كان موقف كرونكر الرافض مشكلة حقيقية لهيلبرت، حيث إن البُرهان، جوهر كل جملة، يعتمد على التعرف بالنظراء في الرياضيات العليا، لن تتم البرهنة عمليًا بشكل مثالي، مع كل خطوة وسيطة وبكل التفاصيل. كل سطر من الاستدلال، يستلزم معرفة مسبقة بالجمل التي تم إثباتها بالفعل وتوافق الآراء حول أساليب الإغلاق المسموح بها. لا ترتقي الرياضيات العليا من خلال جودة جمالية أو ميتافيزيقية معينة، ولكن عبر ارتباطها الحر بالرياضيات الدنيا، والتي تفترض نتائجها من دون تعليق. كلما ارتقت الرياضيات، انكشفت سطحية حججهم، بحيث لا يتعين رسم وتدوين مئات الصفحات. ويصبح الإثبات هنا سلسلة فضفاضة للغاية، تكون صالحة ظاهرًا فقط للقبول من علماء الرياضيات الآخرين[36]. لذلك يحدث أن تُقبل نتائج وجمل رياضية وتُستخدم لفترة طويلة، بالرغم من تبين خطئها فيما بعد. والعكس

34- قال كرونكر في محاضرة عام 1891: «يُشاع دائمًا أن الرياضيات يجب أن تبدأ بالتعريفات، إلى جانب الفرضيات، ومنهم تستمد المقترحات الرياضية. لكن التعريفات مستحيلة في حد ذاتها، [...] لأن كل تعريف يحتاج إلى مفاهيم خاصة، والتي يجب إعادة تعريفها». مقتبسة من جاكلين بونيفاس ونوربرت شاباخر، حول مفهوم الأعداد في الرياضيات. مجلة تاريخ الرياضيات، يوليو 2002، صفحة 225.

35- جاكلين بونيفاس ونوربرت شاباخر، حول مفهوم الأعداد في الرياضيات. مجلة تاريخ الرياضيات، يوليو 2002، صفحة 225.

36- انظر كيث ديفلين، ما هو البرهان، حقًا؟ مقال تم الوصول إليه في 9 يناير 2016 على الموقع: https://profkeithdevlin.org/2014/11/24/what-is-a-proof-really/

بالعكس، فإن البراهين التي يفهمها ويقبلها واحد فقط أو عدد قليل من علماء الرياضيات قد لا تسود بشكل عام[37].

انتقلت الخلافات إلى الرأي العام من خلال تدوين الملاحظات في حوليات الرياضيات. في النهاية، ساد هيلبرت، لكن تركت المواجهة بعض النُّدوب. من حينها، شعر بروح كرونكر تنظر إلى كتفه في كل عمل رياضي، وخاصة في أعماله اللاحقة في المنطق، وقد حاول دائمًا تأسيس مرجع للتصميم النهائي، لكن بعد كل شيء، صار الآن مشهورًا في دوائر الرياضيات، حتى أكثر من أصدقائه المراهقين اللامعين. لا شيء يضمن الشهرة وذيوع الصيت أكثر من خلاف علني.

عندما تولى هورفيتس منصب أستاذ في زيورخ عام 1892، أصبح هيلبرت وحيدًا في كونيجسبرج. على الرغم من وجود بعض الطلاب الموهوبين هناك (بما في ذلك آرنولد زومرفلد)، لكنه كان يفتقد بين الأساتذة من يتمتع بالثقل العلمي، مما يمكنه من تحقيق طموحاته. خلال هذه الفترة من افتقاده إلى الرياضيات، قرر الزواج من كيتي يروش، التي كان يسعى ليخطب ودها لفترة من الوقت. لم يكن لديه منصب جيد بعد، لكن لديه فرص ممتازة، وكانت مسألة وقت فقط قبل أن تطلبه إحدى الجامعات الكبرى. بعد سنة سعيدة، رُزِق بالطفل فرانتس في عام 1893، وبعد ثلاث سنوات لبَّى النداء كأستاذ بجامعة جوتنجن. حيث قام هناك بالتدريس الثلاثة العظماء جاوس، وديريشلت، وريمان، الذين منحوا المدينة وجامعتها هالة تشع في جميع أنحاء العالم في مجال الرياضيات في القرن التاسع عشر. في جوتنجن، سرعان ما أسس هيلبرت منزلًا جميلًا وأصبحت الحياة الآن منظمة جيدًا كالأعداد

37- نشر شينيتشي موتشيزوكي من جامعة كيوتو بُرهانًا على ما يسمى بتخمين ABC على الإنترنت في عام 2012. تجاوز طوله خمسمئة صفحة، وربما لم يفهمه موتشيزوكي نفسه حتى الآن. ما نفع برهان لا يفهمه سوى شخص واحد فقط؟

الطبيعية. كان لدى هيلبرت زوجة وطفل ومنزل، ولاستكمال الوجاهة لم يكن ينقصهم سوى كلب أيضًا. في منتصف الثلاثينيات من عمره، كان هيلبرت أهم مُبدعي عالم الرياضيات، وكان في طريقه إلى أن يصبح رجلًا مهمًّا في مهنته.

تلقى هيلبرت الدعوة إلى جوتنجن في عام 1895 بدعم من فليكس كلاين، الذي كان أستاذًا للرياضيات هناك منذ عام 1886. كان كلاين عالم رياضيات متميزًا، لكنه ربما كان شديد الثقة بنفسه، فقد عُيِّن بالفعل أستاذًا وهو في سن الثالثة والعشرين، وأذهل الرابطة ببرنامج إرلانجن في خطابه الافتتاحي، ولم تكن تلك لفتة قوية فقط، ولكنها كانت أيضًا رياضيات عميقة. كان كلاين متزوجًا من حفيدة الفيلسوف هيجل، والتي ربما عززت قناعاته بأنه يقف على الجانب الصحيح من التاريخ. على أي حال، فقد كان عالم رياضيات من الدرجة الأولى أراد استكشاف كل ركن من أركان علمه وتجميعه في مكان واحد.

لفتت الضجة التي بدأها كلاين بإرلانجن، في مُقتبل حياته المهنية، انتباه العالم إلى العلاقة بين الهندسة ونظرية المجموعات، وهو موضوع كان لا يزال جديدًا في ذلك الوقت. لدى المجموعات الكثير لتفعله مع التناظر. اكتشفها إفاريست جالوا الذي سبق ذكره، وهو من عمل على التباديل في حلول المعادلات الجبرية. التباديل متناظرة في بعض النواحي لأنه في ترتيب معين، يُرسَل عنصر واحد مكان الآخر حتى يعود الكل في النظام (مثل خلط أوراق اللعب أو الجِناس). معظم لوحات دورر أو ليوناردو دافنشي متناظرة، في شكل انعكاسات من نصف الوجه إلى النصف الآخر (محور التناظر). أوراق اللعب متناظرة، بمعنى أنه يمكن تدويرها بمقدار 180 درجة وتعطي الصورة نفسها مرة أخرى

(التناظر الدوراني). وينطبق الشيء نفسه مع النجمة الخماسية، عندما يدور خُمسها، أو خمساها أو حتى خمسة أخماسها ستبدو متشابهة كما كانت من قبل. تشكل هذه التحولات المتناظرة مجموعة[38].

جلب كلاين هذه المجموعات الشابة المتحمسة للهندسة، مدعيًا أن الهندسة لا تحددها سوى مجموعة التحول المرتبطة بها. لم يستطع طرح هذه الفكرة لأنه في القرن التاسع عشر كانت الهندسة مُضطربة في جوهرها. فقد ترسَّخ الاتفاق على وصف إقليدس للهندسة منذ ألفي عام، كما لا تزال تدرس في المدارس اليوم، باعتبارها الوصف الصحيح الوحيد. هذا خطأ حدث في السنوات التي تلت الثورة الفرنسية. عند الفحص الدقيق لسلوك المتناظرات في اللانهائي، كانت هناك أيضًا أشكال هندسية أخرى تتصرف فيها الأبعاد والزوايا والعلاقات بشكل مختلف تمامًا عن الكتب المدرسية التي تنتظر الاعتراف بها[39].

كان حجر الزاوية في برنامج كلاين هو نظرية الأنماط التلقائية، التي تتبَّعَها منذ بدايته بهدوء وعبقرية، حتى أدرك فجأة عمل هنري

38- حاشية للمتقدمين: للوصول إلى النقطة، المجموعة (س) عبارة عن مجموعة مرتبطة × عنصرين من هذه المجموعة، والتي ينطبق عليها ما يلي:

1. مزيج من عنصري مجموعة أخرى يعطي عنصرًا من نفس المجموعة (مغلقة).
2. ينطبق القانون الترابطي، لجميع العناصر، ا، ب، ج من س، (أ × ب) × ج = أ × (ب × ج).
3. هناك عنصر محايد (هـ)، مع خاصية أ × هـ = أ = هـ × ا لجميع العناصر ا من س.
4. لكل عنصر ا من س يوجد عنصر معكوس أ1 في س، بحيث: ا × أ1 = هـ = أ1 × ا.

مثال بسيط للمجموعة يدور حول الأعداد الصحيحة مع الإضافة باعتبارها صلة والصفر كعنصر محايد.

39- حاشية للمتقدمين: خصص كلاين مجموعة من التحولات المسموح بها لكل نوع من أنواع الهندسة وأظهر كيف تحدد هذه المجموعة الشكل الهندسي في جوهره. لقد صاغ مفهومًا جديدًا للهندسة. فالهندسة ليست سوى دراسة ثوابت مجموعة التحول. تلك خصائص الفضاء التي لم تتغير في ظل بعض التحولات. أرني مجموعة التحول الخاصة بك وسأخبرك من أنت. تتحدد الهندسة الإقليدية من خلال مجموعة من الحركات الصلبة (حيث تبقى المسافة النسبية والموقف النسبي بين نقطتين كما هي). بالنسبة للهندسة الزاندية، يكون ذلك مماثلًا في الفضاء الزائدي (حيث لا يلزم دائمًا أن تكون الخطوط المتوازية على نفس المسافة بعضها من بعض). تتحدد هندسة الإسقاط من قبل مجموعة من التحولات الإسقاطية. عندما يكون هناك شكلان مختلفان داخل شكلين هندسيين مختلفين، فإنهما يمثلان نفس الهندسة في جوهرها.

بوانكاريه، الذي كان لا يزال مجهولًا تمامًا، ويعمل بعيدًا عن المقاطعة الفرنسية، وأصغر سنًّا، وأكثر براعة، ويسعى لنفس الهدف. نشأت المراسلات بين الاثنين، والتي كانت في الواقع سباقًا لتتويج عملهم، لكن بالكاد تمكن كلاين من الفرار إلى التعادل. فتخلى في هذه المنافسة عن الكثير من الطاقة، واكتسب معرفة وجدها في بوانكاريه. وقد أدى ذلك إلى انهيار العديد من علماء الرياضيات في مرحلة ما من حياتهم. تعافى كلاين ظاهريًا، لكنه لم يعد إلى التحليق القديم لقوته الإبداعية. رغم أنه بقي كعالم رياضيات ممتاز حتى بعد أزمته، لكن نظرًا لحدود إمكاناته التي اعترف بها، فقد حاول تحقيق أهدافه المستقبلية بالتعاون مع آخرين. وهكذا أصبح منظمًا للعلوم، وهو رجل يقضي كثيرًا من الوقت في مطالبة الوزراء والممولين الخاصين بمال إضافي للبحث عن أشخاص مناسبين لتعزيز التنافس بعضهم ضد بعض في اجتماعات أعضاء هيئة التدريس. لم يجلب فقط النظرة العامة الاحترافية، ولكن أيضًا التأهل الشخصي لتصبح له الصدارة في موضوعه بألمانيا، وكانت جامعة جوتنجن قد استغنت عنه. أصبح كلاين رئيسًا للرابطة الألمانية لعلماء الرياضيات لأول مرة في عام 1897، ومثَّل الجامعة من عام 1908 في القصر البروسي، لكن شهرته انتشرت أيضًا على المستوى الدولي. في الولايات المتحدة، انتخب عام 1904 عضوًا في الأكاديمية الأمريكية للفنون والعلوم.

كان فليكس كلاين شخصية مُعقَّدة ذات طموح عالٍ وغريزة قوية، لكن يجب أن يتحمل المسؤولية عن ضعف الشخصيات المُعقَّدة الأخرى وزرع ثقافة الجدل العالية. وصف ماكس بورن، طالب الدكتوراة في الجامعة، والذي شارك لاحقًا في إنشاء ميكانيكا الكم، معلمه بأنه

«فليكس العظيم» من دون أي إشارة غمز[40]. كان فضوله تجاه الناس وانفتاحه على معارفه الجدد كبيرًا بشكل غير عادي، لدرجة أن زملاءه الصارمين والدقيقين الذين لم يعودوا صغارًا في برلين صاروا يعتبرونه مريبًا. لقد كان «صانعًا» وفقًا لمحاضر كلاين بالعاصمة، «مؤلفًا» حقق أداءً جيدًا (رغم أنه بأسلوب «ساخر»)، لكنه كان «مضللًا» وفشل في الوفاء بوعوده «دون جوهر سليم، رجل يصعب العمل معه[41]».

كان التقليد منذ جاوس هو خلط الرياضيات مع العلوم الرياضية (مجالات تطبيقها العملية)، راقب كلاين حقيقة أنه في جوتنجن عثر على الأشخاص المناسبين بين فيزيائيين وفلكيين. وهكذا، ظهرت مائدة مستديرة كاملة من العقول الرياضية ذات التوجهات المتباينة، والتي كانت تنتشر بسرعة داخل ألمانيا بأكملها وجعلت من برلين المتحجرة أرض المواهب الشاسعة. على الرغم من وجود أكبر مجموعة من الأسماء الكبيرة في نحو عام 1890 (كرونكر وكومر وفايرشتراس)، إلا أن هؤلاء الرجال المُسنِّين استثمروا طاقتهم المتضائلة في تنظيم أعمالهم. أما جوتنجن، فعلى الرغم من أن جامعتها صغيرة نسبيًا، إلا أن لديها تقاليد رياضية رائعة، والأهم من ذلك، عقول المستقبل.

شيئًا فشيئًا، نجح «ديكتاتور جوتنجن الرياضياتي» -وهذا أيضًا وصف عن ماكس بورن- في جمع أعظم مواهب ألمانيا (والولايات المتحدة الأمريكية) في إمبراطوريته. وهكذا تعرف على موهبة هيلبرت واتساع مداركه المنهجي والمهني في وقت مبكر، ونصَّب نفسه مرشدًا

40- ماكس بورن، مذكرات هيرمان مينكوفسكي. في: مجلة العلوم الطبيعية (دي ناتورفيزنشافتن)، العدد 46/17 (1959)، صفحة 503.

41- يوري تششنكل، سجلات فليكس كلاين،
https://cims.nyu.edu/%20~tschinke/papers/yuri/08protokolle/protokolle3.pdf
المذكورة هنا صفحة 4، فايرشتراس، وفوكس، وهلمهولتس، وفورستر. هؤلاء هم، دون استثناء، علماء الرياضيات و/ أو علماء الفيزياء من الدرجة الأولى.

له، وبمجرد نضوجه، جذبه من كونيجسبرج إلى جوتنجن. واستمرت مهنة هيلبرت في التطور بشكل جيد للغاية داخل إمبراطورية كلاين.

كتب هيلبرت أولًا مع مينكوفسكي تقريرًا (كتابًا في الواقع) عن نظرية الأعداد الجبرية[42]، وهو موضوع يتعذر فهمه على الأشخاص العاديين، وهو ما اعتبره الخبراء مجرَّدًا وعميقًا بشكل خاص. ووضع هيلبرت في المرتبة الأولى بين علماء الرياضيات الألمان. بالنسبة إلى شهرته ومكانته في المجتمع، كان «تقرير الأعداد» مهمًّا. ومع ذلك، كان الأكثر أهمية هو كتاب المُساهمة التذكاريّة الذي تم نشره بعد ذلك بوقت قصير عن أسس الهندسة[43]، والذي كان في الواقع بمثابة برنامج إصلاحي لكامل الرياضيات.

يجد كل عالم رياضيات تقريبًا منهجه ومواضيعه التي يعود إليها دائمًا، ويبدو أن ذلك في الطبيعة البشرية، فالمؤرخون يهيمون في الحياة اليومية ويرون فيها مفتاح فهم كل شيء، وهناك لاعبو كرة قدم يطورون أساليبهم على أرض الملعب. وهناك رجال الأعمال الذين يتفاعلون مع أي مشكلة للديون الجديدة. يتعامل معظم الأشخاص مع مجموعة متنوعة من المشكلات، بنفس الطريقة يمكنك التحدث عن أدوات الحياة، تمامًا كما يمكنك التحدث عن مشكلاتها في سياقات أخرى مُختلفة.

42- دافيد هيلبرت، نظرية الأعداد الجبرية. في: التقرير السنوي للجمعية الرياضية الألمانية، 4 (1897)، الصفحات 175 - 546. انظر أيضًا التصنيف الرياضي والتاريخي لنوربرت شاباخر، في: إيفور جراتان جينيس (محرر)، كتابات لاندمارك في الرياضيات الغربية، 1640 - 1940، أمستردام (إلسفير) 2005، صفحات 700 - 709.

43- دافيد هيلبرت، أسس الهندسة. في: الكتاب التذكاري للاحتفال بإزاحة الستار عن النصب التذكاري لجاوس وفيبر في جوتنجن، لايبتسيج 1899 (تويبنر)، الصفحات 1 - 92، عُرضت هذه الوثيقة وعُلِّق عليها في النسخة التي نشرها كلاوس فولكرت، هايدلبرج (شبرينجر) 2015.

يمتلك هيلبرت أيضًا نقطة أرخميدية، ولأول مرة يتمكن من فهم أسس الهندسة. هذه هي الطريقة البديهية التي عرضها بوضوح لأول مرة، والتي أصبحت منذ ذلك الحين نوعًا من الشغف في كل أعماله. هذا هو جوهر عمل هيلبرت على مدار حياته.

في البداية، لم تنكشف سوى رؤية عمرها ألفا عام لإقليدس الشهير، والتي يمكن أن تبدو كمسألة رياضيات بالطبع، يضع إقليدس بعض المبادئ العليا التي تُدعى بديهيات، ومُسلَّمات، لكنها في الواقع مملة جدًّا. على سبيل المثال، يوضح أنه «يُمكن مَدّ أي خط مُستقيم إلى ما لا نهاية في أي من الاتجاهين» أو «يُمكن رسم دائرة عند تعيين نقطة مركزها ونصف قطرها». هناك أيضًا عدد قليل من المُسلَّمات، التي تتعلق بالتطابق أو النقطة أو الخط المُستقيم. يمكن استخلاص كل شيء آخر من هذه البديهيات والمُسلَّمات، وجميع نظريات الهندسة الإقليدية التي تعلمناها في الصف السابع بالمدرسة.

منذ العصور القديمة، كان هذا المبنى مشعًّا وحصينًا كمثال للوضوح البسيط. أراد هيلبرت الإبقاء على الطريقة، التي يمكن من خلالها تطوير النظرية بأكملها (في هذه الحالة؛ الهندسة) بشكل منهجي ومحدد، ويمكن تتبع كرونكر، عبر مبادئ أساسية محددة بدقة، باعتبارها لعبة محدودة في عالم الرياضيات اللانهائي. ومع ذلك، كان التغيير كبيرًا. حتى جاوس وبعض معاصريه وجدوا أن النظام محدود للغاية. وعندما رأى هيلبرت ذلك، أدرك أنه لم يكن محدودًا فحسب، بل كان أيضًا ناقصًا وعرضة للتناقضات. كان اهتمامه في أطروحته هو التوضيح في هذه المرحلة وإيجاد نظام يمكن فيه اشتقاق كامل الهندسة من دون تناقض أو ثغرات. في النهاية، في أسلوب وروح إقليدس، كان من المفترض

اختزال كل الرياضيات[44] إلى «نظام بسيط وكامل من البديهيات المستقلة» من أجل جعل «تبعات الآثار المترتبة على البديهيات الفردية واضحة قدر الإمكان[45]».

هكذا، كما فعل إقليدس، قام هيلبرت بتفكيك الهندسة إلى عناصرها الأساسية، ثم صب الأسباب الأولية في تعريفات جيدة وسمح للباقي بالتطوير المنطقي. كانت هذه هي الطريقة البديهية التي شكلت محور تفكير هيلبرت، ونقطة انطلاق التفكير في النظم والهياكل التي لم يكن عليها أن تتعامل مع اللاهوت.

بمجرد ذكر الأسباب الأولية، فإن العلم -مثل قواقع الحلزون- يجب أن يُبنى حلزونيًّا من نقطة أعمق، ثم ينطلق في تحولات أكبر (لكن محدودة)، إلى كيان شامل وكامل. وبالتالي، لم تكن عملية اشتقاق المقترحات الرياضية أكثر من مجرد إجراء تلقائي، وكما في وقت لاحق يُمكن أن يؤدي الكمبيوتر مهام رواد عصر الكمبيوتر أيضًا. كان حلم هيلبرت بسلسلة غير مسبوقة من البراهين الرياضية كبذرة فكرة عن آلة منطقية في حد ذاتها.

لقد صُدم عالَم الرياضيات بشدة عندما أعلن هيلبرت أنه عمل على أسس غير مفسرة منذ العصور القديمة، لقد اعتمدوا على اسم إقليدس العظيم ولم يُكلفوا أنفسهم عناء فحص عمله بالتفصيل. في المقابل تلقى هيلبرت اهتمامًا كبيرًا لمحاولته إدخال الهندسة (وبالتالي أجزاء كبيرة من الرياضيات بشكل عام) في نظام نظيف منطقيًّا. لقد صار الآن رجلًا مشهورًا في دوائر الرياضيات.

44- كان هيلبرت قادرًا على إظهار أن جميع التناقضات في الهندسة يجب أن تظهر في الحسابات أيضًا، وبالتالي يكفي تمامًا وضعها على أساس لا مفر منه من البديهيات من أجل مقاومة أجزاء كبيرة من الرياضيات.

45- دافيد هيلبرت، أسس الهندسة، لايبتسيج (تيوبنر) 1899، صفحة 3.

أصبح هيرمان مينكوفسكي أستاذًا لهورفيتس في مطلع هذا القرن، بكلية الفنون التطبيقية (المعروفة الآن بالمعهد الفيدرالي السويسري للتكنولوجيا) في زيورخ. لقد حقق الوعد المبكر لعبقريته واستقر في الركن الأكثر تجريدًا من الرياضيات، حيث اجتمعت نظرية الأعداد والهندسة.

الرسائل التي كتبها مينكوفسكي إلى هيلبرت من زيورخ في تسعينيات القرن التاسع عشر تناولت الرياضيات التي حركتهما، والسعادة التي وجدها في أسرته الشابة، والمحاولات المحبطة لتعليم طلابه المبتسرين. لن يكون ذلك ملحوظًا بشدة إذا لم يكن جمهوره في المحاضرة التي تناولت الميكانيكا التحليلية حفنة ملونة خاصة، مؤلفة من آخرين مع ألبرت أينشتاين وصديقته ميليفا ماريتش، وصديقه الفيزيائي والاشتراكي فريدريش آدلر (الذي أطلق النار على رئيس الوزراء النمساوي كارل شتورج في عام 1916) ومن المفترض مارسيل جروسمان، الذي قدم فيما بعد أجزاء أساسية من الرياضيات المتعلقة بالنظرية النسبية. لكن مينكوفسكي لم ير أي مواهب أمامه: «لقد اعتاد الناس، والأكثر فاعلية منهم، على وضع [...] كل شيء حول أفواههم. كل محاضراتهم الأخرى تتضمن دائمًا التكرار والتمارين. ليس من المفترض أن أوقفهم، لأنهم مثقلون بالفعل، ولأنه لا يمكنني دائمًا التمسك فقط بسطح المادة المراد معالجتها، فإن النتيجة هي أن لديَّ فقط ثلثهم من المستمعين المتصلبين، في حين أن الآخرين متفرقون فقط [...] سأضطر لأجل الترويج للمادة الذهاب إلى أقصى حد ممكن: لأنه حتى أولئك الذين اختاروني على الأرجح لإنجازات علمية، يريدون أخيرًا الحصول على شيء مقابل أموالهم [...] حتى علماء الرياضيات

الحقيقيون، وعددهم قليل جدًّا، هم في جميع الكليات التي يتعين عليهم سماعها بطريقة أخرى، وذلك في الادعاء بأنهم لا يمكنهم الاستمتاع إلا بما يتم تقطيعه وتقسيمه ووضعه بالفم بعد فتحه بالقوة[46]».

كانت ميكانيكا مينكوفسكي التحليلية هي المحاضرة الأولى والأخيرة عن الفيزياء الرياضية التي حضرها أينشتاين كطالب في زيورخ. لم تكن هذه المحاضرات الخجولة والتي تتعثر في كثير من الأحيان مناسبة له، ولا حتى في النسخة المخففة، ولذا فقد ترك تدريب الرياضيات الدقيق الذي قدمه هورفيتس ومينكوفسكي في زيورخ كطفل يرفض التفاح لأجل الشيكولاتة، كان مهتمًّا فقط بالفيزياء، والأشياء نفسها، وليس صياغتها، ففي ذلك الوقت كان يمكن فصل أحدهما عن الآخر. افترض، كما ذكر قبل وفاته بوقت قصير: «أنه يكفي للفيزيائي أن يفهم بوضوح المفاهيم الرياضية الأولية وأن يكون مستعدًّا للتطبيقات، وأن الباقي يتكون من خفايا غير مجدية للفيزيائي، الخطأ الذي رأيته لاحقًا مع الأسف. من الواضح أن الموهبة الرياضية لم تكن كافية لتمكنني من التمييز بين المركزية والأساسية المحيطية، هذا ليس مهمًّا بشكل أساسي[47]».

يحدث في بعض الأحيان أن أفضل عقول الجيل لا تتفاعل بعضها مع بعض، على الرغم من أنهم يتحدثون عن نفس الموضوع ولهم نفس الاهتمام. غالبًا ما تكون تلك العقول عابثة وتركز على نفسها، ويجب عليها دائمًا التركيز على ما يخصها، حتى لا تفقد اتجاهها. وهذا يجعلهم أحيانًا مستمعين سيئين. كما حدث مع أينشتاين، كان يمكنه

46- رسالة مؤرخة في 31 يناير 1897. رسائل هيرمان مينكوفسكي إلى دافيد هيلبرت، برلين (شبرينجر) 1973، صفحة 94.

47- ألبرت أينشتاين، تصميم سيرته الذاتية. في: كارل زيليج (محرر)، عصر النور وعصر الظلام، مذكرات ألبرت أينشتاين، زيورخ 1956، إعادة طبع براون شفايج 1986، صفحة 11.

تعلم الكثير من مينكوفسكي، الذي لم يدرك انشغال أينشتاين بنفس اهتماماته أيضًا. بالتأكيد كان ينبغي أن يسمع الاثنان من بعضهما.

عندما تنجح بعض الصيغ العظيمة، يجب حينها أن تتحد معًا، لأنها انبثقت من أصل واحد وتعود إليه مرة أخرى.

جوته[48].

مسائل باريس الثلاث والعشرون

لا يبقى أحد طوعًا في باريس بشهر أغسطس؛ فالجو حار، وتعُج المدينة بالسياح، والمطاعم الجيدة مغلقة، والنخبة والفنانون والسياسيون وأتباعهم يذهبون إلى مقارهم بالقرى أو إلى الشواطئ، كل بحسب ثروته. يتركون وراءهم أجواء المدينة الخانقة، التي لا يسطع فيها سوى معمارها، ولا يمكن تجنب الشعور بأنها جسد بلا روح. فلا يختلف وضعها اليوم عن فترة الجمهورية الثانية.

ومع ذلك، فقد كان صيف عام 1900 استثنائيًّا، وباتت باريس تضج بأكبر معرض عالمي على الإطلاق. استقبل المعرض 50 مليون زائر (كان عدد سكان فرنسا وقتها 40 مليون نسمة)، زاروا قاعات السينما والمترو ومحطة أورسيه وأعجبوا بقصور بيتي وجرون باليه، واستمتعوا بـطريق المستقبل «رو دو لافينير»، الممشى المتدرج الذي كان مزودًا برصيف متحرك، أعطاه سحرًا خاصًّا. كانت باريس نظيفة ومُزيَّنة كما يليق باستقبال قرن جديد والترحيب به، على مساحة تزيد على 200

48- من رسالة إلى سارتوريوس بتاريخ 19 يوليو 1810.

هكتار، والتي تم تطهيرها بشق الأنفس في المدينة وفي ضاحية فانسِن، قدم 83047 عارضًا من جميع أنحاء العالم أحدث الاختراعات التقنية وآخر إنجازات رابطة العمال. حول برج إيفل، كانت هناك مدينة أكشاك بها كل أنواع الجذب السياحي، مثل حديقة البيرة التي أنشأها مصنع شباتن للجعة، إلى جانب «كنيسة بافاريا العليا» التي طالما عزف فيها فاجنر باستمرار[49] كان هناك قصر «بالي دو ليلتريسيتي» مبنيًّا من الحديد والزجاج على طراز الروكوكو، بقبته المغطاة، ومُحاطًا بأكثر النوافير دقة، نافورات وشلالات تلمع ليلًا بإضاءة ملونة لتصبح دليلًا على القوة في شكل جديد من الطاقة. كان هذا المعرض العالمي مزيجًا مميزًا من مدينة ملاهٍ ومعرض فني، وقد استقبله الجمهور بحفاوة بالغة.

كان شعار المعرض: «توازن القرن». وهو ما يمكن أن يفهمه كل شخص وفقًا لوجهة نظره، وهكذا أصبح المعرض موسوعة منضبطة تمامًا لكل ابتكارات المستقبل، ودليلًا على اجتهاد الشعب وقوة الأمم. تضمن الكتالوج الرسمي 36 مجلدًا في ختام المعرض، وأصبح شهادة على عالم متحلل وغير منظم أو مفهوم. إذا نظرنا إلى الوراء، كان ما أُنجز سابقًا فخرًا، لكنه مُحيِّر قليلًا، لأنه يفتقر لرؤية المستقبل. كيف ينبغي أن يصبح أفضل مما كان عليه في ذلك القرن السلمي والتقدمي والأكثر ازدهارًا! لا عجب أن انسدلت على ذلك العصر أغطية تاريخية، وهوي في سأم «فِن دو سيكل» في نهاية القرن.

انعقد في باريس بالتوازي مع المعرض العالمي حدثان آخران -كان لديهما أمل خافت في الظهور بجانب الاهتمام العام في هذا الاحتفال بالحداثة- هما دورة الألعاب الأولمبية، والمؤتمر الدولي لعلماء الرياضيات. لا يكاد يذكر أي شيء عنهما في المراجع المعاصرة

49- فينفريد كرتشمر، معرض تاريخ العالم، فرانكفورت (الحرم الجامعي) 1999، صفحة 146.

للمعرض. ما هي القوة العضلية لعداء طويل المدى مقابل مُحرِّك سيمنز وهلسكي البخاري الجديد؟ من الذي سيهتم بمحاضرات في الرياضيات بينما تُقدم على الجانب الآخر أعواد ثقاب جديدة من السويد أو مسكن جديد للألم يدعى الأسبرين أمام الجماهير المتحمسة؟

في البداية، أعلن ما لا يقل عن 1000 شخص مشاركتهم في مؤتمر الرياضيات، لم يحضر منهم سوى 250 شخصًا فقط. «لم تكن المشاركة قوية للغاية، سواء من ناحية كثافة الحضور أو نوعيته[50]» هكذا واسى هيلبرت -الذي سافر إلى هناك- هورفيتس الذي بقي في زيورخ. وبالإضافة إلى ذلك، تحققت توقعات مينكوفسكي المنخفضة بشأن الجمهور: «ستكون أغلبية المشاركين من [...] معلمي المدارس الفرنسية، وعلماء الرياضيات الدُّخلاء، والإسبان، واليونانيين... إلخ، الذين ما زالوا يشعرون ببرودة باريس في أغسطس بالنسبة لأوطانهم[51]». بعض المشاركين سارعوا بإعلان استيائهم، مثل الأمريكية شارلوت سكوت التي علقت في تقرير لها عن أسلوب إلقاء المحاضرات في المؤتمر وصفته بأنه «صادم للغاية وسيئ». حيث قالت: «بدلًا من التحدث مباشرة إلى الجمهور، قرأ المحاضرون نصوص أوراقهم البحثية بصوت روتيني للغاية، لاهث أحيانًا، ومتردد أحيانًا أخرى، وممل في أغلب الأحيان[52]».

كان هنري بوانكاريه القوة الدافعة لهذا الحدث. وكان قد قدَّم أشياء مذهلة في الرياضيات والفيزياء، منذ مراسلاته مع فليكس كلاين، خاصة

50- من هيلبرت إلى هورفيتس في 25 أغسطس 1900، محفوظات جامعة جوتنجن، أرشيف الرياضيات 76، رسالة رقم 275.

51- رسالة إلى دافيد هيلبرت في 22 يونيو 1900. في: هيرمان مينكوفسكي، رسائل إلى دافيد هيلبرت، برلين (شبرينجر) 1973، صفحة 127.

52- مقتبسة من جبيرمو كوربيرا، يا علماء رياضيات العالم، اتحدوا!، ويلسلي (بيترز) 2009، صفحة 24.

تعامله مع مشكلة الجسم المتعدد التي لاقت اهتمامًا كبيرًا من الجمهور (مشكلة وصف نظام من الجزيئات أو الحقول المتفاعلة، مثل نظامنا الشمسي). كان هو بالطبع رئيس المؤتمر وألقى كلمته الافتتاحية. في المقابل، كان من المقرر أن يكون صاحب الكلمة الختامية هو رجل الرياضيات القادم، وكان هناك إجماع على أن هذا لا يمكن أن يكون سوى هيلبرت. نظر كل منهما بأكبر قدر من الاحترام لعمل الآخر، لكن ثمة فارق بسيط حاسم، سيتطور خلال القرن العشرين من مسألة تذوق إلى معضلة أساسية، اختلفوا بشدة ربما أكثر مما أدركوا في عام 1900. إذا احتجنا إلى دليل على أن الملاذ الأخير في كل الشؤون الإنسانية هو التذوق -أو التأمل- فإن اختصاصيي الرياضيات الأبرز في التغيير التاريخي للقرن العشرين اتفقا على جميع القضايا الجوهرية. (وأرادا ذلك من أجل الصداقة)، لكن عند وضع الأسس الأولية لعلمهما (أي، المبادئ التي سبقت أي محتوى رياضي أو نتائج) كانت وجهات نظرهما مختلفة اختلافًا جذريًا. أدى اختلاف وجهات النظر لطبيعة الاكتشاف الرياضي إلى تباين كبير بين هيلبرت وبوانكاريه حول رؤية كلٍّ منهما لما يمكن اعتباره مقبولًا أو غير مقبول في الرياضيات.

لم يكن بوانكاريه معروفًا في دوائر علماء الرياضيات بأنه من أصحاب الفكر الجمالي والأسلوب المنمق. وكانت المؤتمرات تشعره بالملل[53]، لكنه لم يجد غضاضة في تأليف كتب عامة مفهومة أو التوغل في الموضوعات الفلسفية. كان يعتبر الرياضيات فنًّا وضعت عقولٌ مبدعة أساساته، التي تحققت عبر استنتاجات منطقية، ثم تحولت إلى شكل

53- كذلك أيضًا في مؤتمر عام 1900: «كان بوانكاريه مضطرًا لحضور الافتتاح فقط؛ بينما غاب عن الجلسة الختامية، على الرغم من أنه كان سيترأسها». من رسالة هيلبرت إلى هورفيتس، بتاريخ 25 أغسطس 1900، محفوظات جامعة جوتنجن، أرشيف الرياضيات 76، رسالة رقم 275. انظر إيفور جراتان جينيس، نظرة جانبية على مسائل هيلبرت الثلاث والعشرين لعام 1900. في: مجلة إشعارات جمعية الرياضيات الأمريكية (AMS)، المجلد 47/7، أغسطس 2000، صفحات 752 - 757.

قابل للقراءة. لا يُمكن لعقل شاعري مثله التعرف على حقيقته من خلال المنطق وحده. «يعلمنا المنطق بالتأكيد أننا لن نواجه أي عقبات بهذه الطريقة أو بتلك؛ إنه لا يخبرنا أي طريقة تؤدي إلى الهدف. للوصول إلى هناك، عليك أن ترى الهدف من بعيد، والحدس هو القدرة على تعلم الرؤية. من دونه، سينتهي عالم الرياضيات، كأنه كاتب ضليع في قواعد اللغة تمامًا لكن دون أفكار[54]».

كان يحقق الابتكارات الرياضية من خلال «الحدس، هذا الشعور بالنظام الرياضي الذي يسمح لنا بتخمين العلاقات الخفية والتناسق بينها[55]». فكر بوانكاريه في القياس، بشكل أكثر ترابطًا من كونه بنائيًّا وفي كثير من الأحيان لا يستلزم القلق بشأن تطبيقه مقدمًا. لم يهتم حقًّا بالتفاصيل التي لا يستطيع تحملها سوى قِلَّة من علماء الرياضيات. تفنيد الإثبات في أصغر الخطوات المنطقية يعني بالنسبة له تأمل الجوهر، والتنظيم، والمعنى، والسياق العام. لم يكن يريد التقليل من قيمة وصحة الاستدلال المنطقي -على الرغم من كل شيء، هو عالم رياضيات- لكنه لم يرغب في رؤية موضوعه محصورًا في لبنات بناء مرئية من الخارج. «هل يستطيع عالم الطبيعة الذي لم يدرس الفيل سوى تحت المجهر أن يتعرف على هذا الحيوان فعلًا؟ ينطبق الشيء نفسه على الرياضيات. إذا قام المنطقي بتفكيك كل برهان إلى مجموعة من العمليات الأولية، وكلها صحيحة، فهو لا يتقن بعد الواقع الكامل للنظرية المراد إثباتها؛ فجزء مما يشكل وحدة البرهان سيهرب منه تمامًا[56]». اعتقد بوانكاريه أن المنطق عمل غير مُجدٍ دون تغذية الحدس، وذلك على حد تعبيره في كلمته الافتتاحية بمؤتمر باريس.

54- هنري بوانكاريه، العلوم والمناهج، لايبتسيج (توبينر) 1914، صفحة 116.

55- هنري بوانكاريه، العلوم والمناهج، لايبتسيج (توبينر) 1914، صفحة 39.

56- هنري بوانكاريه، العلوم والمناهج، لايبتسيج (توبينر) 1914، صفحة 112 وما يليها.

في هذه الأثناء، كان هيلبرت قد طوَّر أفكارًا مختلفة تمامًا في مسألة التذوق. ورأى في شكلية المنهج البديهي التربة الجيدة والتغذية اللازمة لثمرة الرياضيات. فكر بوانكاريه كفنان، وهيلبرت كمحام. فهو لم يؤمن كثيرًا بالإلهام الإلهي، «الاستبصار[57]»، مفضلًا تقاليد كونيجسبرج الصارمة وتوقيت استنتاج المبادئ الأوليَّة. في أحسن الأحوال، يستلزم الحدس إيجاد هذه البديهيات. لكن بمجرد تثبيتها فهي لا تلعب سوى دور المخطاف الذي يتعلق به المصباح ولا ينشغل أحد بالتفكير فيه عندما يومض الضوء.

وفق شعار المعرض الدولي «لو بيلون دن سيكل» أي توازن القرن، توقع المشاركون في المؤتمر أن تكون محاضرة هيلبرت الختامية بمثابة مراجعة قاتمة لإنجازات الرياضيات. لكن ذلك لا يتماشى مع ذائقته، فهو لم يرغب في أن يملَّ هو أو جمهوره. بدلًا من ذلك، اتبع نصيحة مينكوفسكي في الابتعاد عن التفلسف وكان هذا جيدًا «للجمهور الألماني»، لكن بقت «محاولة استبصار المستقبل» فجُرؤ على «وصف المسائل التي ينبغي على علماء الرياضيات حلها في المستقبل». هنا حيث ما زال هذا المجال بكرًا، ويمكن لهيلبرت، وفقًا لتقييم مينكوفسكي، «في ظل ظروف معينة، أن يتحدث الناس عن محاضرته تلك لعقود قادمة[58]».

ألقى هيلبرت محاضرته بلهجة شرق بروسية لا لبس فيها عند الظهر في الثامن من أغسطس، يوم أربعاء مشمس، تحت القبة الخضراء لجامعة السوربون. لقد كان في أفضل سن لاختصاصي الرياضيات (38 عامًا)، وهو شخص نحيف، ومُلتحٍ، ويبدو واثقًا من نفسه بوضوح.

57- دافيد هيلبرت، محاضرات حول أسس الفيزياء، برلين (شبرينجر) 2009، صفحة 698.

58- رسالة مؤرخة في 5 يناير 1899. في: هيرمان مينكوفسكي، رسائل إلى دافيد هيلبرت، هايدلبرج (شبرينجر) 1973، صفحة 119 وما يليها.

لكن لم يكن عدد الحضور بالقاعة جيدًا. تجنب بوانكاريه المؤتمر قدر المستطاع، ولم يفهم بعض المشاركين اللغة الألمانية، بينما فضل الكثيرون عوامل الجذب لمعرض العالم. لذا فقد فاتهم حدث كان من شأنه أن يكون أبرز ما في حياتهم المهنية، ومثار فخرهم عند إخبار أحفادهم (الرياضيين). عرض هيلبرت قائمة الثلاث والعشرين مسألة كما نصحه مينكوفسكي. ورغم أن هذا العرض لم يكن له صدى هائل كما كان متوقعًا لدى جمهور متواضع من المهتمين، لكنه سرعان ما انتشر إلى أوروبا وأمريكا الشمالية واليابان، كما تطور بين عشية وضحاها لتصبح تلك القائمة بمثابة وثيقة تأسيسية للرياضيات في القرن العشرين.

تتمتع القوائم بجاذبية فريدة، ربما لم يكن هيلبرت نفسه يدركها. فهي تحدٍّ لوجهة نظر عالمية معينة أو مفهوم تاريخي مُحدد (أفضل عشرة أفلام على الإطلاق، أكبر ثلاثة تحديات للاقتصاد العالمي، أكثر خمسة رجال جاذبية باقين على قيد الحياة)، وتكون في أي حال لها مذاق خاص جدًّا، وبالتالي فهي هواية رائعة. تتميَّز هذه القائمة بكونها احترافية، أعدها شخص يفهمها حقًّا. تحتوي على مسائل لم تكن تتميز فقط بالحل أو المكافأة لفترة طويلة[59]، ولكنها بالفعل رائدة وحلها ممتع، مثل الضابط الاستعماري الذي يطلق النار على كأس. هذه المسائل التي ألقى ستًّا فقط منها لضيق الوقت ونشر الباقي في النسخة المكتوبة كانت بلا إجابات، فقد كان على الرياضيات، وفقًا لهيلبرت، أن تجد إجابة إذا أرادت التحرك في الاتجاه الصحيح.

ما هي المسائل النموذجية؟ ينبغي أن تتسم -كما أشار هيلبرت في

59- ينطبق هذا التقليد في مسائل هيلبرت، على القائمة التي أعلنت جائزة لحلها في عام 2000 تحت عنوان «جائزة مسائل الألفية». قيمتها مليون دولار لكل حل. لكن بين علماء الرياضيات، فإن قيمة الجوائز ما زالت قليلة للغاية، حتى إنه مع كل مسألة تُحل منذ ذلك الحين يُجمع أقساط جائزتها.

أطروحته- «بأن تكون واضحة وبسيطة للغاية، بحيث يمكنك شرحها لأول رجل تقابله في الطريق». ويجب أن تكون المسألة الجيدة «صعبة، بحيث تثير اهتمامنا، ولكن غير مستحيلة الحل تمامًا، حتى لا تُهدر جهودنا». وينبغي كذلك أن تخضع الحلول للتجربة. لكي يستلزم حلها وجود عدد محدود من الافتراضات المسبقة والاستنتاجات، أي عن طريق الاستنباط المنهجي. الحدس، الذي هو جزء لا يتجزأ من أدوات ذوي العقول اللامعة، مثل: نيوتن ولايبنيتس وبوانكاريه، كان من وجهة نظر هيلبرت في مكان ثانوي في عالم الرياضيات.

كشفت قائمة المسائل تلك زخمًا مُدهشًا. كان حل مسألة واحدة منها كمنح لقب فارس، ويعد صاحبه بإعجاب دائم. كما يزيد أيضًا من تلك الهالة التي حول هيلبرت، لكونه أهم عالم رياضيات في عصره. حل إحدى مسائله يعني تقديم حل له لم يأت به بنفسه. فيفوق بذلك المُعلِّم، أو يقف بجانبه على الأقل فتتساوى الرؤوس. لهذا السبب حاول جميع أعضاء الرابطة تقريبًا في حل قائمة مسائل هيلبرت. وكلما زادت شهرة من توصل لحل مسألة، اشتعل حماس الباقين.

اليوم حُلَّت معظم تلك المسائل أو قُتلت بحثًا. لم تُوضع القائمة بشكل منهجي؛ كانت بعض المسائل بسيطة للغاية (حُلَّت المسألة الثالثة في عام 1900 من قبل طالب دكتوراة لدى هيلبرت)، وبعضها واضح (مثل مبرهنة فيرما الأخيرة أو حدسية جولدباخ)، أهملهم ولم يعبأ بالمسائل المادية الملموسة. كانت بعض المسائل غير دقيقة لدرجة فهمها كدعوة للبحث في اتجاه معين. كانت القائمة بأكملها شهادة على تفضيل هيلبرت الشخصي للرياضيات البحتة، وهو اتجاه تطورت فيه الرياضيات فعليًّا على مدار المئة عام التالية.

هل تبحث عن موضوع متكرر في القائمة، هذا بديهي. لم يؤرِّق هيلبرت شيء أو يقضَّ مضجعه في معظم الليالي كخوفه من ظهور تناقض بين الكميَّة الهائلة من الجمل الرياضية مع سياقاتها المعقدة الرائعة وسلاسل البراهين الطويلة المتعاقبة. كان إثبات اتساق البديهيات الحسابية (أساسي لجميع الرياضيات) هو المسألة الثانية في قائمة هيلبرت في باريس. لأنه إذا نشأ تناقض في نقطة مركزية، فإن الإمبراطور سيبدو عاريًا كما في حكاية أندرسن الشهيرة. وكانت أسهل طريقة لاستبعاد مثل هذا التناقض هي إنشاء أساس موحد لجميع الرياضيات، والتي يمكن استخلاصها من كل اقتراح صحيح عن طريق المنطق. فالروح التي نفثها إقليدس في الهندسة، ينبغي أن تسري في الرياضيات كلها.

ما كان يدور في ذهن هيلبرت، أولًا: إضفاء طابع الصيغ على الرياضيات. فيجب أن تستمد كل جملة وخطوة من البديهيات (التي لم يتم تحديدها بعد) وبعض الاستنتاجات المسموح بها، دون ثغرات صياغية بحتة. ثانيًا: بمجرد وضع البديهيات، يجب البرهنة على اتساقها. في الممارسة العملية، كان هذا يعني إثبات استقلال البديهيات الفردية بعضها عن بعض واكتمال الاتساق، عندما يمكن إثبات أنه لا توجد جملة رياضية حقيقية لا يمكن استنتاجها من اتساق بديهي.

مثل هذا الشكل الصيغي كالتبغ القوي، لأنه في مرحلة ما يكون الشكل على حساب المحتوى. النظام المنطقي، كما طوره هيلبرت منذ وضعه لكتيب الهندسة، لا يقول أي شيء عن صدق تصريحاته (لكن فقط عن صحة الشكل). لذلك لم يكن ينطبق فقط على الأرقام والنقاط والخطوط والأسطح، ولكن أيضًا على كل شيء آخر، على «الطاولات والكراسي وعلب البيرة»، كما صاغه في عام 1891 في غرفة الانتظار لمحطة في

برلين[60]. حتى ذلك الحين، كان للمنطق علاقة ملازمة بالعد والقياس، وكانت هناك دائمًا إشارة إلى أفكارنا. في الجبر المدرسي، كانت الحروف تدل على الأرقام، وكانت قواعد التعامل معها (الجمع، الضرب، إلخ) هي في الواقع قواعد للتعامل مع الأرقام. وبها تُحل الرياضيات الآن. أصبح المصطلح (س + ص = ص + س) يُعد الآن كقاعدة لعب، مثل قواعد لعبة الشطرنج، كانت مجرد خطوات شرطية لعملية مشروعة. يُمكننا تفسير العناصر النائبة كأرقام، لكن ذلك لم يكن إلزاميًّا على الإطلاق. يمكن أيضًا أن يكون تناوب الهيئات المتناظرة أو العلاقات الترابطية أو خلاف ذلك بنية صعبة. لم يتوقف المنطق عند حدود الأشياء المجردة، ولكنه كان ينطبق من حيث المبدأ على كل «نظام في عالم واسع من الفكر الإنساني المجرد[61]». فصل هيلبرت المعلومات (التي كانت منطقية) عن المعنى (والذي هو على سبيل المثال: الفرق بين الأرقام والأسطح ومقاعد البيرة). بمجرد قبول هذه الخطوة، لم تكن بعيدة عن فكرة وضع شبكة من النماذج الرياضية حول ملء الطبيعة والإنسان نفسه. لا تبدو الفكرة غريبة علينا اليوم، لكن في ذلك الوقت كانت كذلك.

60- في غرفة انتظار ببرلين، تناقش مع جيولوجيين اثنين (إذا لم أكن مخطئًا، آرتور شونفليس وإرنست كوتر) حول بديهيات في الهندسة وقدم وجهة نظره الخاصة التي تميزت بقوله: «يجب على المرء دائمًا أن يستعيض النقاط والخطوط والمستويات محل الطاولات والكراسي وأقداح البيرة» يمكن القول «إن موقفه من القواعد التوضيحية للمفاهيم الهندسية كان غير ذي صلة بالرياضيات، وأنه لا يمكن إلا أن يؤخذ في الاعتبار ارتباطها من خلال البديهيات»، أوتو بلومنتال، سيرة ذاتية. في: هيلبرت، جمهرة المقالات، المجلد الثالث، صفحة 402 وما يليها. ليس من الواضح ما إذا كانت هذه الحكاية صحيحة، لأن كلمة «أقداح البيرة» لم تستخدم بإفراط في غرفة انتظار بمحطة برلين وقتها، وهي بالتأكيد لا تبدو ككلمة معتادة في بروسيا الشرقية. قد يكون ذلك في أفضل الأحوال مؤشرًا على أن هيلبرت، أثناء المشي مع هورفيتس ومينكوفسكي بجانب بركة القلعة في كونيجسبرج، ظل لفترة أطول من المعتاد في حديقة البيرة المحلية ذات الطراز البافاري لكن هذا لا يغير شيئًا، حيث يمكن العثور على صيغة مماثلة في رسالة من هيلبرت إلى فريجه مؤرخة في 29 ديسمبر 1899: «إذا كان لدي أي أنظمة للأشياء من وجهة نظري، على سبيل المثال، إذا كان النظام هو: الحب، أو القانون، أو حتى تنظيف المداخن [...]، فكر، ثم اقبل البديهيات فقط كعلاقات بين هذه الأشياء، ثم طبق الجمل؛ أيضًا كفيثاغورس». في: مراسلات جوتلوب فريجه مع دافيد هيلبرت، وإدموند هوسرل، وبرتراند راسل، مختارات فردية من رسائل فريجه، هامبورج (ماينر) 1980، صفحة 13.

61- ماكس بورن، حياتي، ميونيخ (نيمفنبورج) 1975، صفحة 126.

كان يمكن لشبكة المنطق هذه أن تمتد حتى الآن في عالم هيلبرت. إن ما ينطبق على الرياضيات يجب أن ينطبق بشكل خاص على العلوم بقدر صياغته بلغة الرياضيات. لذلك طُرح في المسألة السادسة تساؤل، كيف يمكن للفيزياء أن تكون بديهية؟ على أي حال، كانت الفيزياء النظرية مليئة بمسلمات هيلبرت التي تبدو تعسفية، وتصريفاته العدمية، وقياساته الواضحة للحقائق المضطربة[62]. كانت الجسيمات والموجات الظاهرة غير المحفزة والصيغ غريبة الأطوار تهين إحساسه بالنظام. كان المثل الأعلى هو دمج قوانين الطبيعة بسلاسة في عالم الرياضيات. من حيث المبدأ، كل شيء يمكن صياغته رياضيًا -المجال واسع جدًا- لا بد من فهمه بالطريقة البديهية. لهذا أيضًا يجب العثور على أبسط المبادئ أو القوى، التي تسمح بتطوير بقيتها وفقًا لقوانين المنطق.

كانت المهام التي شهدها موضوع هيلبرت هائلة، حين يتوقف المرء عن متابعة القائمة ليتعرّف على البرنامج الذي يقف خلفها. من الواضح أنه سعى للحصول على الدعم في باريس، على أمل أن يجده خلال أطروحته لمحاضرة القرن. فالرجل لديه جدول أعمال ويحتاج إلى مدرسة لتنفيذه. كان هذا هو التوقع الذي عبر عنه مينكوفسكي قبل فترة وجيزة من انعقاد المؤتمر: «لقد استأجرت حقًا رياضيات القرن العشرين، وتريد الاعتراف بك كمدير عام عليها[63]».

هكذا كانت الرياضيات التي تطلَّع إليها ذهن هيلبرت للمستقبل عندما صعد إلى منصة السوربون. واختتم الجزء العام لمحاضرته بمقتبس من شبح فاوست لجوته: «لا يوجد جاهل في الرياضيات». كان هذا في زمن،

62- تختلف الفيزياء النظرية في الواقع عن الرياضيات، فالتجربة لديها بمثابة اختبار النهائي، وبالتالي نقطة بداية ونقطة نهاية للمعرفة، والتي تقع خارج المنطق.

63- رسالة إلى هيلبرت مؤرخة في 28 يوليو 1900. في: هيرمان مينكوفسكي، رسائل إلى دافيد هيلبرت، هايدلبرج (شبرينجر) 1973، صفحة 130.

حين حلَّ التنوير بعد الغرق في الخرافة. ملأ عرضه التفاؤل، التزامًا منه بالحاضر والمستقبل. كان هيلبرت لا يزال مشبعًا بالحنين نحو طليعة الملائكة، فقد كان يؤمن بالسيطرة على الطبيعة، وزيادة الرخاء، والانتصار على الخرافات. الحلم القديم لعالم منسوج بعقلانية، حيث لم تكن هناك أسرار غير مفهومة للعقل المنطقي (ربما باستثناء وحيد، سر الألوهة)، لذلك وُجد في عالم أفكار هيلبرت جسر نحو القرن العشرين. كانت هذه المعرفة الفاوستية خيطًا مشتركًا طوال حياة هيلبرت. «يجب أن نعرف، أننا سوف نعرف»، تشبث به حتى النهاية، حتى عندما ظل العالم المحيط به مظلمًا في ثلاثينيات القرن الماضي، ثم غرق في نهاية المطاف. «يجب أن نعرف، أننا سوف نعرف»، محفورة اليوم على شاهد قبره.

كُتبت الفلسفة في هذا الكتاب العظيم الذي هو دائمًا أمام أعيننا. لكن لا يمكننا فهمها ما لم نتعلم أولًا لغة كتابتها ورموزها. هذه اللغة هي الرياضيات، ورموزها المثلثات والدوائر والأشكال الهندسية الأخرى، والتي من دونها يستحيل على الإنسان فهم كلمة واحدة منها؛ ويظل يتخبط في متاهة مظلمة.

جاليليو جاليلي، كتاب الفاحص 1623م.

«بداية الثقافة المعاصرة»

ربما كان الأمر مجرد مسألة وقت، قبل أن يجلب هيلبرت صديق عمره مينكوفسكي من زيورخ إلى جوتنجن. كان الطريق إلى ذلك محددًا سلفًا، لكنه تطلب التغلب على بعض البيروقراطية الوزارية ومعاداة السامية[64]. كان مينكوفسكي عقلية استثنائية لدرجة أن بإمكانه اختيار مكان عمله. وكان مكانه الطبيعي مع هيلبرت، الذي كان أفضل مستمع له وحيث يمكن أن تتكشف موهبته بالكامل. ومع ذلك، عندما تم استدعاء مينكوفسكي عام 1902 إلى جوتنجن، شعر بأنه «في حلم»، وأن هيلبرت لن يكون أمامه سبل أخرى[65].

64- انظر ديفيد رووي، وفليكس كلاين، وأدولف هورفيتس، والمسألة اليهودية في الأكاديمية الألمانية. في: الذكاء الرياضي، المجلد 29/2 (2007)، الصفحات 18 - 30. على عكس هورفيتس، يبدو أن معاداة السامية لم تلعب أي دور مهم في حياة مينكوفسكي المهنية.

65- رسالة إلى هيلبرت مؤرخة في 5 يوليو 1902. في: هيرمان مينكوفسكي، رسائل إلى دافيد هيلبرت، برلين (شبرينجر) 1973، صفحة 147.

أصبح هذا التحول في القدر ممكنًا من خلال مخالمة هاتفية تلقاها هيلبرت من جامعة برلين. شعر بالرضا بسببها، ولأنه لم يحدث أن رفض أي عالم رياضي أي دعوة من العاصمة، كان فليكس كلاين قلقًا للغاية بشأن إمبراطوريته العلمية والرياضية الشابة. لذا فقد أزال جميع العوائق لتحقيق شرط هيلبرت الوحيد الذي أصرَّ عليه، إنشاء كرسي أستاذية ثالث للرياضيات البحتة في جوتنجن. لحسن الحظ، في ذلك الوقت كان هناك شخص له سلطة كبيرة، وأيضًا «شديد الإصرار»، وهو المستشار الوزاري آلتهوف، أحد المعارف القدامى لكلاين من حرب 1870-1871، الذي كان مهتمًّا منذ فترة طويلة بمينكوفسكي، يتقدم وفقًا «للمبادئ الاستبدادية والانتهازية[66]». كان آلتهوف رجلًا صارمًا في البيروقراطية الثقافية، قام بمفرده بإنشاء كرسي لمينكوفسكي. وهكذا حصلت جوتنجن على ثلاثة أساتذة للرياضيات البحتة (كلاين، هيلبرت، مينكوفسكي) وواحد للرياضيات التطبيقية (كارل رونجه). في مقاطعة ساكسونيا السفلى، على سبيل المثال، كان هناك تركيز للكراسي المعدَّة بشكل ممتاز للأساتذة الشباب نسبيًّا في المواد التي كانت قيمتها العملية منخفضة والتي لم تكن جاذبيتها ساحرة بالضرورة. كل من تعامل مع أي سلطة تعليمية، سوف يتعاطف مع علماء الرياضيات في جوتنجن، الذين قد حالفهم الحظ في تحقيق معجزة.

لم يسعد هيلبرت شيء كجمع شمله مع صديقه الحقيقي الوحيد. فلم تجمعه صداقة قويَّة مع كلاين السلطوي، الذي كان رائعًا كعالم رياضيات. فقط في اجتماعه مع مينكوفسكي، شعر هيلبرت بألفة أصيلة. لم يعد هذا الفتى -مينكوفسكي- هو نفس الشخص المتعثر

66- انظر دافيد هيلبرت، هيرمان مينكوفسكي. في: جمهرة المقالات، المجلد الثالث، صفحة 462. وكذلك يوري تشنكل، سجلات فليكس كلاين، http://www.cims.nyu.edu/~tschinke/ papers/yuri/08protokolle/ protokolle3.pdf، صفحة 7.

فيما مضى، الذي فاز بالجائزة الكبرى لأكاديمية باريس في ضباب كونيجسبرج. لقد أوفت مسيرته بجميع وعوده المبكرة، وكان عقلًا يحظى بالإعجاب والتقدير العالمي، اشتهر بتطوير شخصيات فكرية جديدة. لقد احتفظ بطبيعته الودية، وفي تعامله مع الزملاء والطلاب لم يصبح أبدًا حادًّا ومتغطرسًا مثل كلاين أو هيلبرت، اللذين كانا يفقدان صبرهما أحيانًا على أقل الموهوبين. قبل كل شيء، وجد نفسه في وئام عقلي كامل مع صديق طفولته. كانت أفكار أحدهما بمثابة أدوات للآخر، وكانت محادثاتهما لعبة تفاهم، لذا فإنهما لا يمكنهما اللعب مع أي شخص آخر.

في الواقع، واصلت جوتنجن ما بدأ من قبل في كونيجسبرج. استأنف هيلبرت ومينكوفسكي تأملاتهما في الرياضيات أثناء تمشيتهما، كل يوم خميس في تمام الساعة الثالثة صباحًا في هاينبيرج، يرافقهما الآن كارل رونجه وفليكس كلاين. بطبيعة الحال، لم تعد هذه التمشيات كما كانت من طلاب متفانين في التعلم، ولكن ديناميكية الحركة الفكرية حولها بدأت تُظهر مجالًا مغناطيسيًّا خاصًّا بها، والذي شكلت خطوطه الحقلية دوائر أوسع وطورت قوة أكبر من أي وقت مضى. سنكون مُحقين حين نطلق على هذه المجموعة «أقوى العقول في ذلك الوقت[67]». شعبيًّا كان يُطلق عليهم لفظ «القطط السمان». وسرعان ما انضم إليهم مساعدون وطلاب دكتوراة ودارسون من نفس المستوى. اجتمعت كتلة حرجة من المواهب والطموح، وأصبحت الاستجابة الناتجة حدثًا هامًّا في تاريخ العالم. بعد ذلك، حصل خمسة عشر شخصًا منهم على جائزة نوبل في الفيزياء أو الكيمياء في جامعة جوتنجن بين عامي 1900 و1930 ما بين طلاب ومساعدين، أنتجت الجامعة في المتوسط بطلَ عالَمٍ فكري

67- ماكس بورن، حياتي، ميونيخ (نيمفنبورج) 1975، صفحة 127.

كل عامين. كان علماء الرياضيات بالطبع بنفس المستوى، ولكن لم تكن هناك جوائز نوبل لهم.

كل من فكر في أي شيء من مواضيع الرياضيات في بداية القرن العشرين كان عليه الذهاب إلى جوتنجن. فقد وصل التفاعل بين هيلبرت ومينكوفسكي وكلاين ورونجه إلى جودة عالية لم يقترب منها أي مكان آخر على وجه الأرض. خاصة بعدما أصبح هيلبرت نوعًا من أيقونة المجال، من خلال عمق واتساع عمله وعبقرية مسائله الثلاث والعشرين. لم يعد يلقي محاضراته، كما فعل في كونيجسبرج، أمام بضعة أشخاص صامدين (كما هي الحال عادة في الرياضيات)، ولكن أمام عدة مئات من الطلاب الذين لم يعد بإمكان أي قاعة في الجامعة استيعابهم. فكان المستمعون يجلسون في أي موضع قريب، على عتبات النوافذ، أو درجات السلم، أينما كان هناك مجال للاستماع إلى هذا الرجل الأسطوري[68].

لا يبحث علماء الرياضيات والفيزيائيون عن حياة الانطلاق والمغامرة، وغالبًا ما يرتدون ملابس غير ملائمة، ويعيشون حياة غير حافلة بالأحداث الخارجية، وأحيانًا يكونون خُرقاء قليلًا في الناحية الاجتماعية. نادرًا ما يصبحون شخصيات ثقافية عامة مثل أينشتاين أو ستيفن هوكينج. هذا يصرف الانتباه عن حقيقة أنهم عادة ما تكون روحهم ثورية ومستعدون لإشعال النيران في جميع المباني الرئيسة والعلمية في مجالهم بمجرد رؤيتهم لتصور أفضل وأجمل وأكثر ملاءمة. في الثلث الأول من القرن العشرين، حدثت الثورة في مدينة جوتنجن وسرعان ما انتقلت الشعلة

68- كونستانس ريد، هيلبرت، برلين (شبرينجر) 1970، صفحة 102.

إلى سائر العلوم.

يصف روبرت موزيل الروح الثورية في نحو عام 1930 بذهول، من خلال روايته رجل بلا سمات، والذي كانت حياته هادئة من الخارج، واكتشف ولعه بالرياضيات «بسبب الأشخاص الذين لا يطيقونها. لقد كان شغفه بالعلم إنسانيًّا أكثر منه علميًّا. ورأى أن العلم يبحث في جميع المسائل، التي تخصه، بطريقة مختلفة عن الناس العاديين». فالرياضيات عبارة عن تعليم يدور في قلب كبير، لكنه قليل الانفعال. صحيح أن التقاليد والمواقف تلعب أيضًا دورًا معينًا، ولكن في أي مكان آخر لا يظهر الصواب والخطأ بشكل أسرع من العلم الذي لا يكون فيه المنطق مجرد عملية بل هو أيضًا الجوهر. لذلك فمن المنطقي عدم إعطاء الكثير لهذا التقليد والتفكير بشكل غير تقليدي. لذا، لا يوجد «عمل مهم لعالم مرموق في الطبيعة أو الرياضيات لا يفوق في الشجاعة وقوة الإطاحة أعظم الأعمال في التاريخ. لم يكن قد ظهر بعد في العالم الرجل الذي يقول لأتباعه المؤمنين به: اسرقوا، واقتلوا، وارتكبوا الفواحش... فتعاليمنا قوية للغاية لدرجة أنها تُخرِج من روث خطاياكم جبال مياه رقراقة مزبدة. لكن في العلم يحدث كل بضع سنوات أن شيئًا كان يُعد حتى الآن خطًأ يقلب فجأة جميع المعتقدات، أو أن يسود فكر مشوش ومحتقر لعالم فكري جديد، ومثل هذه الأحداث ليست مجرد اضطرابات، بل تعرج للأعلى كسلم في السماء. إنها قوية جدًّا في العلم وغير مبالية ورائعة كحكاية خرافية[69]».

في جوتنجن كان الناس يعيشون ظاهريًّا حياة الطبقة الوسطى، ولهم حياة مثل القصص الخيالية، كما وصفهم موزيل. وخلال سلسلة من التنزهات، نشأت الأرض الخصبة لثورة وإمبراطورية رياضيات

69- روبرت موزيل، «رجل بلا سمات»، هامبورج (روفولت) 1957، صفحة 41.

مرتبطة بها، كشبكة من العقول اللامعة، وعلماء الرياضيات المستقلين، والفيزيائيين، والكيميائيين، غير أي شيء مر به العالم من قبل. لم يكن أحد مهتمًا بجنسية غيره أو جنسه أو دينه، ويمكن لأي شخص أن يستحق أي شيء إذا كان هو -أو هي- أحد ألمع العقول ذكاءً في جيله. أصبحت جوتنجن النجم الساطع للعلوم الرياضية الذي تدور حوله برلين وباريس وكامبريدج على مضض في دور غير مألوف للمدارات الفضائية. استسلم الطموح بين علماء الرياضيات والفيزيائيين إلى مسارات المعرفة غير المشروطة من خلال الطريقة البديهية، وشرعوا، تحت إشراف هيلبرت، في نشر أنماط الرياضيات دون قيود.

كان من الصعب إعادة تكوين تلك الظاهرة، كما كانت الحال في جوتنجن، وكان فليكس كلاين يعدّها «بداية الثقافة المعاصرة[70]». كان لدى باريس بوانكاريه، الذي كان عنيدًا جدًّا لتأسيس مدرسة. وكان لدى كامبريدج هاردي، وليتلوود، ورامانجن المتفرد، لكن لم يكن من بين علماء الفيزياء المحليين عالم رياضيات من الدرجة الأولى، وكانت كليتهم مغلقة أمام التبادل الجاد مع بقية العالم. كما كان لدى برلين أيضًا علماء رياضيات من الطراز الأول وكذلك ماكس بلانك، وألبرت أينشتاين، وأوتو هان، وليزي مايتنر. لكن الفيزيائيين في العاصمة الألمانية -وليس علماء الرياضيات- هم من وضعوا النغمة التي سار عليها الجميع، لم يكن هناك مشروع كبير يشمل العلوم الرياضية كافة، ولا الروح المتميزة بالصرامة والمنطقية، والتي كان على الجميع تطبيقها، إذا أرادوا أن يكونوا مقبولين.

يمكن القول إن الأجواء الصارمة هي التي أوجدت الروح الثورية الحرة

70- يوري تشنكل، سجلات فليكس كلاين، http://www.cims.nyu.edu/~tschinke/ papers/ yuri/08protokolle/protokolle3.pdf، صفحة 5.

في جوتنجن، والتي ظهرت منها ميكانيكا الكم جزئيًّا، وأيضًا نظريتا النسبية والمنطق الحديث بكل تطبيقاتهما العملية، من القنبلة الذرية إلى الكمبيوتر. كان الأسلوب المفتوح للمحاضرات غير عادي، فأثناؤه غالبًا يقدم المحاضرون تقريرًا عن أبحاثهم الحالية وعليهم تصحيحه أثناء محاضراتهم[71]. لذلك كان لدى هيلبرت دائمًا مساعد متخصص لإعداد وكتابة ملاحظاته (كان ماكس بورن هو المثال الأبرز)، لأنه أراد تسجيل الجديد دائمًا. بالتأكيد كان هيلبرت، الذي كرس نفسه، مثل فاوست، للسعي وراء المعرفة، مدرسًا مثاليًّا، على الرغم من أنه ليس لطيفًا مثل هورفيتس أو مينكوفسكي وليس سلطويًّا مثل كلاين. ثمة جانب آخر من هذه الأجواء؛ محبة الأفكار والمفاهيم التي أدت إلى ازدراء معين لجميع العمليات الحسابية. عيَّن هيلبرت مساعدًا آخر، كانت مهمته تطعيم الأفكار والجمل بأدلة منطقية سليمة. كان التجوال في المناطق الريفية المحيطة، من دون ورقة وقلم، ودون اللعب بالرموز، لا بد منه لتلخيص الأفكار الرياضية والفيزيائية. النقاشات الشفوية للمصطلحات والتعاريف والمسائل (كيف يمكن للمصفوفات أن تكون تبادليَّة؟ وماذا تفعل هذه المجموعة أو تلك فعليًّا؟ ولماذا يتمدد هذا الجسم وليس غيره؟) هل هي أكثر فائدة من أي محاولة لمعرفة ذلك من خلال عزلة الدراسة؟ لقد كان الاهتمام والتخصص مع التخصصات المجاورة هو ما جعل جوتنجن مكانًا فريدًا لفترة من الوقت. كما أتاحت الحدود السلسة للرياضيين أن يصبحوا علماء فيزياء والعكس بالعكس، فاستفاد كلا التخصصين. لكن من المؤكد أيضًا أن الموارد المالية لوزارة التعليم، وعددًا من المستفيدين من القطاع الخاص، كانوا مستنيرين بما يكفي لاستشعار الخصوصية والأهمية التي نشأت هنا، والتفتوا إلى ما وراء الأفق الزمني والمكاني المعتاد.

71- انظر كونستانس ريد، هيلبرت، برلين (شبرينجر) 1970، صفحة 104.

قبل كل شيء، تحلّق روح التفكير البديهي في جوتنجن. عملت هذه الطريقة في جميع العلوم الرياضية، وأتاحت تفاعلها، ووحدتها في بنية عظيمة، ومنحتها الوحدة واليقين. كانت هذه المركزيَّة مفقودة في مراكز المعرفة الرئيسة الأخرى، ولكن جوتنجن كانت لها لحظة تاريخية خاصة بها.

في عطلة نهاية الأسبوع، كان هيلبرت ومينكوفسكي في كثير من الأحيان يذهبان مع عائلاتهما إلى ماريا شبرينج، منطقة سياحية على بعد نحو عشرة كيلومترات شمال المدينة، والتي كانت ذات شعبية خاصة لدى الطلاب. عبرت طبيعة هيلبرت الفكاهية والناضجة عن نفسها برغبته المكبوتة في حلبة الرقص، حيث أعلن نفسه بوصفه «لهبًا»، بين مجموعة معظمهم من دائرة زوجات الأساتذة، الذين يبقيهم بجانبه طوال اليوم. لا توجد أقوال عن ردود فعل إيجابية، أكثر من شعور بالإحراج، فمن يجرؤ على رفض أعظم عالم رياضيات في وقته؟ تعاملت كيتي هيلبرت مع ذلك برباطة جأش.

لم يكن هيلبرت ربَّ أسرة، ربما تزوج وأنجب ولدًا لكي يتوافق مع التقاليد. كان الزواج والأسرة مثل أي موضوع اجتماعي، يتجاهله قدر الإمكان دون بذل مجهود كبير من أجل متابعة اهتماماته العلمية. بينما مينكوفسكي، خجول، محافظ، وفي الوقت نفسه، مهتم جدًّا بعائلته. في حين أن «العم هيلبرت»، في ذكريات أطفال مينكوفسكي، «لم يكن جيدًا مع الأطفال[72]»، بينما يُمكن لوالدهم أن يكون رفيقًا جيدًا في اللعب ومستمعًا منصتًا، خاصةً مع فرانتس نجل هيلبرت، الذي تأخر نموه العقلي وتعطل بسبب حزن والدته ومهابة والده. لم يكن بإمكان الوالدين فعل الكثير مع مثل هذا الطفل، لذا كان مينكوفسكي هو الذي

72- انظر كونستانس ريد، هيلبرت، برلين (شبرينجر) 1970، صفحة 104.

علم فرانتس التحدث من خلال اللعب والتشجيع اليقظ.

كانت الحياة الأسرية، في ذلك الوقت، الجانب السلبي الوحيد. يمكن أن تكون الحياة العلمية رائعة، في الحديقة الساطعة بنور الشمس، مع سبورة رموز في العريشة، «في توازن مثالي بين التركيز والاسترخاء»، محاط بمساعدين حريصين على التفكير[73]. على عكس زيورخ، كان الطلاب مهتمين، وبخلاف كونيجسبرج كان الأساتذة أشخاصًا قادرين. إن لم يملك أحدهم سوى كرات اللعب، هل كان سيدعو زملاء أكفاء من جميع أنحاء العالم لإلقاء محاضرات مكثفة ويمكنهم التنافس على نصيبهم من تركة جاوس؟

لكن عندما ثبتت المدرسة أقدامها ووطدت الطقوس ووزعت الأدوار، وعندما تحددت الحانات والممرات، وقع في عام 1905 حدث طبيعي يعادل ثورة في الفيزياء. من برن، وهو المكان الذي بالكاد ارتبط فيه أي شخص بالفيزياء، جاء فجأة، ألبرت أينشتاين، أحد هؤلاء الطلاب الملولين الذين صعبوا حياة مينكوفسكي المهنية، بسلسلة أطروحات منحت الفيزياء أسسًا ووجوهًا جديدة لكل منهما بطريقته الخاصة. قدَّم أينشتاين ورقة بحثية قام فيها بالكشف عن قانون التأثير الكهروضوئي. (التي حصل من خلالها فيما بعد على جائزة نوبل)، أطروحتان رائدتان (إحداهما أطروحته) حول العلاقة بين نظرية الكم والحركة البراونية، ومقالة عن الديناميكا الكهربائية للأجسام المتحركة، والتي تضمنت ما يسمى بنظرية النسبية الخاصة. قام موظف في مكتب براءات الاختراع (لم يحصل على نوبل بعد) بصياغة نظرية رائعة لدرجة أنه لا يمكن لأي عالم رياضيات تجاهلها (باستثناء العظيم جدًّا بوانكاريه[74]).

73- ريتشارد كورانت. مقتبس عن كونستانس ريد، هيلبرت، برلين (شبرينجر) 1970، صفحة 109.

74- ذهب بوانكاريه وأينشتاين إلى نهاية منحنى كبير لتسمية اسم بعضهما البعض. ربما رأى بوانكاريه أنه هو نفسه منشئ النظرية. وأثار التصدي لتلك المزاعم دائمًا حساسية غير معلنة.

كانت مفاجأة كبيرة لمينكوفسكي، أن يُحقق طالبه غير المكترث فجأة نجاحًا كبيرًا. كانت مواضيع وأفكار أينشتاين مألوفة له، وبدا الحل واضحًا أمامه على الفور. فقد كانت لدى علماء الرياضيات والفيزيائيين النظريين دائمًا شكوك طويلة حول تعامل نيوتن مع المكان والزمان. إنها رائحة ثورة، لكن أين يجب نصب الحواجز؟ عمل بوانكاريه على ذلك، لكنه نشر أفكاره حول النسبية في مجلة أمريكية مغمورة تمامًا. كتب هندريك أنتون لورنتس (1853-1928)، مع ماكس بلانك، عالم الفيزياء الأكثر احترامًا في الجيل القديم، المعادلات الحاسمة لتحويل المكان والزمان على الورق، لكنه لم يستطع أو لم يرد التخلي عن فكرة تخلل الأثير للكون اعتمادًا على المبدأ المرجعي المطلق. كان لدى علماء جوتنجن أيضًا أفكار حول شيء ما في الهواء. في صيف عام 1905 -عام أينشتاين- عقد كل من مينكوفسكي وهيلبرت ورونجه حلقة دراسية حول الديناميكا الكهربائية للأجسام المتحركة. كان من بين الطلاب ماكس بورن وماكس فون لاوي الحاصلان على جائزة نوبل في المستقبل، لكن تركيز القدرة الذهنية لم يكن كافيًا لتوجيه الضربة النهائية الحاسمة وفك العقدة. من الواضح أن هذا الإنجاز كان تحقيقه بحاجة إلى أينشتاين، صاحب التفكير المستقل، والقناعات الراسخة، والعقل العبقري. في خريف العام، كان الشيء الوحيد أمام علماء جوتنجن هو دراسة مقالة أينشتاين والتساؤل حول سبب إخفاقهم في التوصل لمثل هذا الحل البسيط بأنفسهم.

أصبحت نزهات هاينبيرج تتمحورالآن حول الفيزياء. ظاهريًا، كان هذا بعيدًا بعض الشيء عن مُنظِّري الأرقام، لكن مينكوفسكي فهمه على أنه مرآة أرضية للرياضيات. لقد كان من مهام الفيزيائيين لديه أن يؤكدوا لعلماء الرياضيات من وقت لآخر فوائد لعبهم الجميل بالرموز لوصف الطبيعة. وبقدر ما كانت نظرية أينشتاين كبيرة، اتضح أنها أكثر من

مجرد تمرين أصابع لعلماء الرياضيات، لقد كان تحديًا. فهي تشمل جميع الحركات، ليست فقط حركات الضوء والإلكترونات. كان هذا مشروعًا هائلًا لعلماء الرياضيات لتحفيز خيالهم. ربما كانت النظرية النسبية هي المفتاح لبديهية الفيزياء، كما دعا هيلبرت في باريس. وحيث كان علماء الرياضيات في جوتنجن يخططون بالفعل لعلومهم الخاصة من مصدر واحد، ربما كانت هذه فرصة رائعة لسحب الفيزياء تحت مظلَّة المنطق.

لكن تطلَّب الأمر على الأرجح «خيَّالًا» (كما دعا نفسه) من برن لبدء الثورة. في الندوات، هناك ديناميكية جماعية تجعل من الصعب التصريح بما يخالفهم، كقطع الفرع الكبير الذي تجلس عليه المجموعة. تحتاج الثورات إلى رجال غاضبين على الحواجز، أينشتاين، أو روسو، أو باكونين، صناع المستحيل. كتب أينشتاين في عام 1901 «عاشت الجرأة! هي الملاك الحارس في هذا العالم[75]»، كان يعتقد هيلبرت بخطأ مثل تلك الأفكار. لم يكن أينشتاين من النوع الذي يأبه بالسياق العملي الحضاري أثناء تفكيره، لكن على العكس من ذلك، ينتزع الأفكار التي لم تسمح له بالرحيل، كما لو كانوا يعرفون أن هذا الرأس هو أحد محطات المرور القليلة الممكنة في الطريق إلى العالم. لديه موهبة تفكير نادرة من خلال تحليل الأفكار من أولها إلى آخرها ثم صرفها. كانت المثابرة التي تشبث بها على قناعة مدهشة، سواء كانت أفكارًا جسدية أو تعاطفًا بشريًا أو آراء سياسية، لأنه يمكن أن يصر على الزيف الواضح أو الحق الخفي بنفس الحماس.

منهج أينشتاين بسيط للغاية؛ يفسِّر المعضلة لتلك القاعدة. كانت المعضلة هي تجربة ميكلسون ومورلي التي أجريت في الولايات

75- رسالة إلى ميليفا ماريتش بتاريخ 12 ديسمبر 1901.

المتحدة في عام 1887، والتي وجدت أن سرعة الضوء ثابتة دائما في أي مكان عند نحو 300000 كيلومتر في الثانية. عادةً، تجمع السرعات (إذا ركضت للأمام بسرعة 6 كم/ ساعة على متن طائرة تطير بسرعة 800 كم/ ساعة، أي ستكون السرعة 806 كم/ ساعة لمن يشاهد من الأرض)، لكن لا يحدث هذا في حالة الضوء. يكون الضوء دائمًا بنفس السرعة، بغض النظر عما إذا كان ينبعث من الإطار الثابت للأرض أو عبر مستوى مرجعي (يتحرك من الأرض). لكن هذا لا يتطابق معًا بشكل جيد. سيتعين على المراقب الثابت على الأرض «رؤية» الضوء بسرعة الضوء + سرعة الطائرة، لأن راكب الطائرة يرى أيضًا أنه يتحرك بعيدًا عنه بسرعة الضوء (يمكنه قياس سرعة الفوتونات التي تتطاير بعيدًا عنه).

وبالتالي، إذا كانت سرعة الضوء ثابتة في الزمان والمكان، فإن فكرة أينشتاين الثمينة، تفترض أن يكون المكان والزمان متغيرين لفهم تجربة ميكلسون ومورلي. عندما تتقلص المساحة في النظام المتحرك ويتباطأ الوقت، يمكن أن يكون الضوء ثابتًا ومستقلًا عن الإطار المرجعي. كان يجب أن تأتي هذه الفكرة أولًا. علق لورنتس حزينًا: «يفترض أينشتاين ببساطة ما استخلصناه نحن بصعوبة[76]». كان الوصول إليه أكثر صعوبة، حيث أسفر عن عدة عواقب غريبة. على سبيل المثال، تزداد كتلة الجسم عندما يتسارع. واتضح أن مفهوم التزامن لا معنى له، لأنه يعتمد على الإطار المرجعي. من أراد ذلك ويمكنه التفكير بصورة مجردة؟

يضع مشروع نظرية النسبية مقياسًا نسبيًا للزمان والمكان، ولكن

76- البريشت فولسنج، البرت أينشتاين، فرانكفورت آم ماين (زوركامب) 1995، صفحة 244. المصدر: لورنتس، نظرية الإلكترونات، محاضرات في جامعة كولومبيا بنيويورك في ربيع عام 1906، لايبتسيج 1909.

الذي وضح مع ذلك حركة جميع الأجسام من مصدر واحد، كان علماء الرياضيات في جوتنجن، وهو في بساطة كعك الأطفال الصغار. بيد أن موظف مكتب براءات الاختراع في برن قد وفر إمكانية لجعل الفيزياء متوافقة مع طريقة التفكير البديهية. ربما لم يكن أينشتاين على علم بذلك، لكن مينكوفسكي، الذي كان يعاني من ضعف في الفيزياء منذ أيام بون بسترته الزرقاء مع هاينريش هيرتس، في انتظار مثل هذه الفرصة فقط، على أمل غير معلن أن يخضع الرياضيات إلى «وجهة نظر إرشادية[77]»، التي انتظم منها مجال الفيزياء البديهية الواسع. كانت نظرية أينشتاين تصميمًا شاملًا (تقريبًا)، وبالتالي وعدت بالمضي قدمًا في البرنامج البدائي لجوتنجن.

لطالما اعتقد علماء الرياضيات في جوتنجن أن الفيزياء بديعة وهامة للغاية، بدرجة تجعلهم لا يتركون نظريتها للفيزيائيين. وبالتالي كان عمل أينشتاين يُمثِّل دعوة أكثر من كونه تحديًا، لتحسين ذلك. «لم أكن لأثق في أينشتاين، الذي لم يكن يعرف شيئًا في زيورخ[78]»، قالها مينكوفسكي، الذي وصفه بأنه «كلب كسول»، لمعرفته الرياضية التي كانت في أحسن الأحوال «غير مكتملة[79]». بهذه الملاحظات أوضح رأيه، في من سيكمل الطبخة في النهاية ومن سيكون نادلًا، باستثناء الضجة السطحية التي سرعان ما تشكلت حول فرضية النسبية.

كانت نظرية النسبية الخاصة مشروعًا غير مكتمل. لقد بدأ أينشتاين الثورة، لكنه بالتأكيد لم يكملها. كان الحدس الفيزيائي الأساسي

77- اكتسب المصطلح مكانة بارزة من خلال مقالة أينشتاين حول وجهة نظر إرشادية تتعلق بنشأة وتحويل الضوء. في: حوليات الفيزياء، المجلد الخامس عشر (1905)، صفحة 132 - 148.

78- ماكس بورن، نظرية أينشتاين النسبية وأساسياته الفيزيائية: شرح مفاهيم مشتركة، برلين (شبرينجر) 1920، صفحة 237.

79- مقتبسة من لويس بينسون، الشاب أينشتاين، بريستول (آدم هيلجر) 1985، صفحة 81.

واضحًا، وصياغته في الرياضيات متواضعة بشكل مذهل (ربما شعر مينكوفسكي بتأكيده في حكمه على أينشتاين). إن التخلي عن الوعي على ما يبدو للهيكل الرياضي، الذي تطور وعرف في مكان آخر منذ فترة طويلة، أدى إلى تحسن الدافع الطبيعي لمعلم أينشتاين السابق.

لا يحب علماء الرياضيات تجاور الصيغ بشكل غير مترابط. كل شيء له مكانه الطبيعي، وإذا اختلف مكانه، لا يكون جيدًا. من ناحية أخرى، فإن علماء الفيزياء مثل أينشتاين لديهم ميل في بعض الأحيان إلى تسوية الظواهر التي يجدونها، حتى لو بدوا فوضويين إلى حد ما. كانت المقالة عن الديناميكا الكهربائية للأجسام المتحركة لدى مينكوفسكي مثل هذه الفوضى العبثية التي تستغيث طلبًا للمساعدة. لقد شعر بنظرية أينشتاين، بكل صدق وتوافق واقعي، ككارثة جمالية، لأنه لن ينشرها أبدًا. أفاد ماكس بورن أن مينكوفسكي، في حالة نظرية النسبية، يفضل «إيجاد بنية رياضية مكتملة[80]»، بدلًا من تقديم شيء غير مؤهل، حتى لو استغرق الأمر وقتًا طويلًا وكان يعني التخلي عن المطالبة بالأولوية.

لذلك بدأ مينكوفسكي في الأمر وحده إلى حد كبير (لأن هيلبرت عانى في تلك الفترة من الاكتئاب الذي عالجه في مصحة بمنطقة هارتس الجبلية[81])، ليحول أفكار أينشتاين التي صيغت بقوة إلى شكل مقبول من الناحية الجمالية. قدم المزيد والمزيد من المحاضرات الفيزيائية (1907/1908 مع هيلبرت أيضًا عن الديناميكا الكهربائية)، كما عين المزيد من علماء الفيزياء كمساعدين، ودارت التمشيات في الساعة الثالثة بعد الظهر يوم الأربعاء حول تفسير النظرة المادية الجديدة للعالم. ألقى مينكوفسكي العديد من المحاضرات حول الموضوع، الذي

80- ماكس بورن، حياتي، ميونيخ (نيمفنبورج) 1975، صفحة 186.

81- كونستانس ريد، هيلبرت، برلين (شبرينجر) 1970، صفحة 111.

شكك في صياغته بصورة مضمرة.

استغرق الأمر ثلاث سنوات كاملة لصياغة ما يمكن وصفه أنه «روعة تامة». في سبتمبر 1908، ألقى مينكوفسكي محاضرة في اجتماع علماء الفيزياء في كولونيا بعنوان درامي «المكان والزمان»، حيث أعطى نظرية النسبية الخاصة شكلها الحالي. بدأ بقوله: «أيها السادة! أفكار المكان والزمان التي أريد تقديمها لكم نمت على أساس تجريبي مادي، وهنا تكمن قوتها، وميلها الجذري، من الآن يجب أن يتوارى مكانك وزمانك في الظل، ولا ينبغي سوى لنوع من الاتحاد بين الاثنين فقط أن يحافظ على الاستقلال[82]».

لم يتعلق خطاب مينكوفسكي بالأجسام والمسارات فحسب، لكنه واصل إلى أعلى، حيث تحدث عن نقاط وخطوط العالم. وجد فرضية النسبية لأينشتاين «مملة للغاية» واستبدلها بشيء أسهل لفهمه «فرضية العالم المطلق (أو باختصار، فرضية العالم[83])». كانت لغة المحاضرة تهز العالم بعبارات عملية وأنيقة بنفس القدر. في الواقع، كان مينكوفسكي قادرًا على استخدام صياغة نظرية النسبية الخاصة، والتي لا تزال سارية حتى اليوم. أعطت الرياضيات للجمهور المندهش رؤية العلاقات الأعمق من الناحية النظرية. منذ هذه المحاضرة في كولونيا، اعتمد الفيزيائيون في الأبعاد الأربعة، من خلال ثلاثة متجهات مكانية ومتجه زماني بوصفها «فضاء مينكوفسكي». لقد كان انتصارًا.

ومع ذلك، اشتكى أينشتاين قائلًا: «منذ أن انكبَّ علماء الرياضيات على نظرية النسبية، وأنا نفسي لم أعد أفهمها[84]»، واعتبر تصور مينكوفسكي

82- هيرمان مينكوفسكي، المكان والزمان، لايبتسيج (تيوبنر) 1909، صفحة 1.

83- هيرمان مينكوفسكي، المكان والزمان، لايبتسيج (تيوبنر) 1909، صفحة 7.

84- كارل زيليج، ألبرت أينشتاين: حياة وعمل عبقري عصرنا، زيورخ (أوروبا) 1960، صفحة 46.

«سعة إطلاع زائدة[85]». لقد شعر أن هذه الصياغة اغتصابًا لأفكاره، وبذل قصارى جهده لتجاهل الرياضيات كأداة للاكتشاف الفيزيائي. لم يدرك سوى حقيقتين، بيانات التجارب الفيزيائية والحدس الخاص به. شعر دائمًا، أنه إذا أراد الطبيعة التي وهبها الله في ذهنه، والتي بسببها أنجز نظرية، فيلزمه اكتشاف المنطق الداخلي. لقد أعطانا الله العالم غامضًا، لكن وفق طريقته المحببة يمكننا فهمه تمامًا. قال أينشتاين: «ذكي هو الرب الإله، لكنه ليس ضارًا[86]». كان العالم مصنوعًا من الأشياء، والعقل موجودًا لاكتشاف ارتباطه العالي. والرياضيات في هذا السياق، على الأقل بالنسبة لغير علماء الرياضيات، أكثر قليلًا من مجرد شر ضروري، فهي جزء من اللغز.

قضية سلطة علماء الرياضيات في أن يكون لهم رأي في الفيزياء ليست جديدة. إنها تستحق استطرادًا في هذه النقطة. كيف يرتبط العقل البشري، الذي يمثله الرياضيات، بالعالم المادي؟ من أين تأتي العلاقة «الغامضة» بين العقل والطبيعة؟ أليست هذه معجزة وهدية تحدثنا بها الطبيعة بلغة مفهومة من حيث المبدأ[87]؟ نبحث في الرياضيات عن الجمال والبساطة ونجد أن هناك تواصلًا مع الطبيعة يتجاوز بكثير

85- مقتبسة من أبراهام بايز، «مكر الرب ...»، أكسفورد (منشورات جامعة أكسفورد) 1982، صفحة 152.

86- الأبحاث المجمعة لألبرت أينشتاين، المجلد 12، صفحة 450.

87- وضع هذه الطريقة يوجين ويجنر، في تأثير غير معقول للرياضيات في العلوم الطبيعية. في: التواصل مع الرياضيات البحتة والتطبيقية، المجلد الثالث عشر (1960) صفحة 1 - 14. ولد ويجنر في المجر، وكان مساعدًا لدافيد هيلبرت في جوتنجن عامي 1927/1928، ولاحقًا فيزيائيًا نظريًا بالجامعة التقنية في برلين، ومنذ عام 1931 عمل كأستاذ زائر في جامعة برينستون وبعد أن فقد منصبه في ألمانيا في عام 1933 صار أستاذًا دائمًا، مع التركيز على تطبيق مبدأ التناظر في الصياغة النظرية لميكانيكا الكم، صنع القنابل الذرية في لوس ألاموس 1944/1945، حاز على جائزة نوبل في الفيزياء عام 1963. في مقالته، التي لا تزال تحظى بشعبية كبيرة بين العلماء إلى اليوم، يحاول الإجابة عن السؤال، دون اللجوء إلى أفلاطون أو لايبنيتس أو كانط، لماذا تبدو الطبيعة وكأنها تتبع قوانين المنطق وبالتالي تصبح مفهومة للإنسان؟ مثلما أصبح الفن الرياضي أداة للعلوم الطبيعية، فهو لا يعتبر فقط رائعًا وغير مفهوم، ولكن أيضًا هدية غير مستحبة تمامًا: «يجب أن نكون ممتنين ونأمل أن يستمر سريانه في المستقبل، ويمكن تمديده للأفضل أو للأسوأ إلى مجالات أخرى من المعرفة، من أجل متعتنا الخاصة وأيضًا دهشتنا». (صفحة 14).

التوقعات التي يمكن أن تفاجئنا وتفتننا في بعض الأحيان. لكن كيف يمكننا أن نطور آلاف الجمل في الرياضيات دون أن يتناقض بعضنا بعضًا أو مع وصف الطبيعة من قبل الفيزيائيين؟ توضح إجابة هذه الأسئلة الفرق بين مينكوفسكي وأينشتاين.

عندما وضع أينشتاين نظرية النسبية الخاصة، كان في منتصف العشرينيات من عمره، وربما لم ينشغل وقتها بالكثير من الأفكار الفلسفية حول هذه القضايا. جاءت الأطروحة الأكثر شيوعًا من كانط، الذي كان قد قرأه في سن مبكرة للغاية، والذي كانت حجته بسيطة بشكل مدهش: «كل ما نعرفه ونحن ننظر في المكان والزمان، هو أشكال حدسنا. المكان والزمان قابلان للقياس ويمكن حسابهما، بتنامي الرياضيات فيهما بشكل مسبق. لذا، يمكن وصف جميع العناصر التي نلاحظها في الطبيعة من خلال الرياضيات بالطريقة التي ندركها بها. وبالتالي فإن المنطق ليس في العناصر، لكننا نستحضره عبر إدراكنا الحسي في الكون». كان هذا يعني لأينشتاين أن ملاحظة الظواهر الفيزيائية هي الشيء الأساسي الذي يجب على عالم الطبيعة الاهتمام به، لأن القدرة على التنبؤ بها ستنشأ في أي حال بطريقة أو بأخرى.

من ناحية أخرى، كان مينكوفسكي أكثر اهتمامًا بالفيلسوف الرياضي لايبنيتس، الذي اعتبر عالم العناصر والعقل عالمين مختلفين اختلافًا جوهريًا، ولكل منهما مسار خاص به، لكنهما متناغمان تمامًا مع بعضهما، كما لو أن الله قد زامن بين حركتين مختلفتين تمامًا منذ بداية الزمن. بالنسبة إلى لايبنيتس، لا تنشأ القدرة على التنبؤ بالعالم باعتماد الرياضيات من خلال العقل البشري، لأنه في عالم العقل تكون قوانين المنطق هي الوحيدة التي يمكن أن تعتبر معقولة. وبما أن كلا العالمين متناغمان، فيجب أن تطبق قوانين الرياضيات أيضًا في العالم

المادي. يكتفي مينكوفسكي باكتشاف النظام المنطقي للعالم من أجل فهمه لنفسه. لذلك فإن الرياضيات هي الأداة الأساسية للفيزيائي، وعلى المجرب أن يعين فقط أي نتيجة رياضية تتطابق مع ظاهرة ملموسة في الطبيعة. لذا يقول موزيل: «يمكن للمرء أن يصف الرياضيات بأنها أداة مثالية ذهنية، بهدف ونجاح النظر في جميع الحالات الممكنة من حيث المبدأ[88]». مراقبة الطبيعة تكون فقط لمساعدة نمط الباحثين في التعرف على المسار الصحيح لمنحهم أفكارًا جديدة. قد يتعارض ذلك مع حدسنا الدنيوي، لكن النظرية النسبية هي دليل رائع على أن الواقع ليس دائمًا هو ما يبدو لنا. يختتم مينكوفسكي محاضرته في كولونيا بقوله: «مع تطور العواقب الرياضية، سيُعثر على أدلة كافية للتحقق التجريبي من الفرضية (النسبية)، أيضًا لأولئك الذين يترددون في التخلي عن وجهات النظر التقليدية السمجة أو المفجعة، للتوفيق والانسجام بين الرياضيات البحتة والفيزياء[89]».

88- روبرت موزيل، رجل الرياضيات، عام 1913.

89- هيرمان مينكوفسكي، المكان والزمان، لايبتسيج (تيوبنر) 1909، صفحة 14.

مثل علوم الرياضيات، كشجرة تضرب بجذورها أعمق أعماق الأرض، بينما تتكشف فروعها الغامضة إلى الأعلى. هل الجذور أهم أم الفروع؟ يعلمنا علماء النبات أن هذا السؤال خاطئ، فحياة الكائن الحي تعتمد على تفاعل أجزائه المختلفة.

فليكس كلاين[90].

هيلبرت يتعلم الفيزياء

دافيد هيلبرت، البروسي الشرقي المتمسك بأصوله، وأستاذ الكرسي المشهور في الأنحاء كافة، الذي يملك ناصية الحكمة، ويُتقن حرفة المنطق كما لم يتقنها آخر في عصره، بكى في محاضرته، عندما أخبر طلابه في 13 يناير 1909 بالموت المفاجئ لصديقه ألفريد مينكوفسكي. حيث كتب بعد ذلك ما يلي: «منذ سنوات دراستي الأولى كان مينكوفسكي هو الصديق الأفضل والأجدر بالثقة. ارتبط بي بكامل عمقه وإخلاصه. قد جمعنا علمنا، الذي كان أحب ما لدينا، وبدا لنا كحديقة مزهرة؛ توجد بها طرق ممهدة، يستمتع فيها المرء بلا عناء، ويتطلع حوله، لا سيما عندما يكون بجانبه من يحمل نفس المشاعر. [...] لقد كان هدية السماء لي، كما لا يحدث إلا نادرًا، وعليَّ أن أكون ممتنًّا، بأنني حظيت بصداقته لفترة طويلة.

كل من اقترب منه، شعر بتوافق شخصيته، وسحر عبقريته. كانت

90- فليكس كلاين، جمهرة مقالات الرياضيات، المجلد الثاني، برلين (شبرينجر فيرلاج) 1922، صفحة 204.

طبيعته كنغمة جرس، مشرق للغاية في السعادة والعمل وصفاء الذهن، وكامل جدًّا في الثبات والثقة، ونقي تمامًا في سعيه المثالي ومفهومه للحياة.

لقد مات كما عاش؛ فيلسوفًا. قُبَيل وفاته بساعات قليلة، وضع ترتيبات لتصحيح عمله المطبوع وأدار الأمر في ذهنه، عما سيوصي به، للانتفاع بعده من مخطوطاته غير المكتملة. أعرب عن أسفه حيال مصيره، لأنه بوسعه فعل المزيد، عمله الكهرومغناطيسي الأخير يمكن أن يفيده في التنحي، فالمرء يقرأ ويستحسن الكثير. وعند الوداع طلب رؤية ذويه وطلبني.

خلال أكثر من ست سنوات، كنا نتنزه معه في هاينبيرج، نحن زملاءه علماء الرياضيات لاحقًا، كل خميس في تمام الساعة الثالثة حتى في آخر خميس قُبيل وفاته، حيث روى لنا بحيوية خاصة تقدم أبحاثه الكهرومغناطيسية؛ ويومها في تمام الساعة الثالثة مجددًا، رافقناه لآخر مرة. وفي يوم الثلاثاء، 12 يناير في الظهيرة، مات بالتهاب في الزائدة الدودية؛ ومع طبيعة المرض المستعصية التي ظهر بها، لم تستطع العملية الجراحية التي استغرقت وقتًا طويلًا ؤأجريت مساء يوم الأحد أن تساعد في شيء.

لقد خطفه الموت من بيننا فجأة. لكن ما لم يستطع الموت أخذه، هو صورته النبيلة في قلوبنا، وإدراك أثر روحه فينا[91]».

كان نعي علماء الرياضيات لبعض في أغلب الأحيان (وقتها وحتى الآن) مثل دليل شركات الشحن، والذي يتكون من قائمة إنجازات وسابقة أعمال، لا يعرف عنها شيئًا غير المُقربين. لكن نعي هيلبرت

91- هيلبرت، ومينكوفسكي. في: هيلبرت، جمهرة المقالات، المجلد الثالث، ص 363 وما يليها.

لمينكوفسكي حطم هذا الشكل، حيث صاغه بنبرة شعرية، للصديق والأخ الذي صار بعيدًا عن العالم.

الرياضيات في الأساس هي نشاط عقلي وليس آليًّا، وما يدركه المرء من هذا، أنها حتى إن أصبحت آلية، فهي لن تتم دون شخص ذكي يضعها على القضبان. لهذا فإن عمل الرياضياتي لا ينتهي بموته أو بفتور تألقه الذهني، كما تفعل الآلة عند عطل المُحرِّك. بطريقة أو بأخرى فكر هيلبرت في المثل، عندما تولى العمل هناك عند مدة الحداد القصيرة، حيثما، ترك أوراقه مرتبة بشكل سلس قدر الإمكان وهو على فراش الموت لمواصلة الاستمرار في عمله. والأفكار التي استغرق فيها مينكوفسكي وقتًا طويلًا، وجدت وعاءً جديدًا معروفًا مسبقًا.

كي يتمم هيلبرت أفكار صديقه التي كانت تدور حول نظرية النسبية. في الساعات الأخيرة، فقد حمل الإرث دون تردد وأصبح فيزيائيًا نظريًا. أسئلة علم الجبر، نظرية الأعداد، والبديهية، التي صنع منها اسمه قديمًا، قد فقدت أولويتها. في الثلث الأول من القرن العشرين تضمنت الرياضيات نصف الفيزيائيين على الأقل، وكان هيلبرت مهتمًا جدًا بالموضة العقلية، كي لا يطبخ حساءه بمفرده. لم تكن الخطوة كبيرة في الواقع، لأن الأساليب الرياضية وغرضها المتزايد (وغالبًا ما يكون هندسيًّا أيضًا) تتزايد جنبًا إلى جنب. وقد أصبحت الفيزياء مستشعرًا عظيمًا للرياضيات. وتقريبًا كانت الهندسة التفاضلية (استخدام طرق الحساب التفاضلي في المسائل الهندسية، مثل وصف المثلثات ثنائية الأبعاد في كرة ثلاثية الأبعاد)، وحساب المتغيرات (إنها المفتاح إلى حل المسائل المستعصية، أو المسائل الضئيلة، تقريبًا كحساب سطح فقاعة صابونة أو عند تطبيق مبدأ الأقل جهدًا) كان لهما اهتمام خاص في هذا القرن وخلفية مرتبطة بالعلوم الطبيعية عمومًا. وقد انشغل هيلبرت

بكل تلك المواضيع منذ عهد دراسته.

لقد اهتم في السنوات العشر الأولى من القرن العشرين بنظرية المعادلات التكامليَّة، وهو مجال قد وطأه الشاب النرويجي المعجزة نيلز هنريك أبيل لأول مرة. تطور الحساب التفاضلي، ليحسب حركة الأجسام في ظل ظروف قوة الجاذبية. كحساب وقت سقوط جسم ما أو انتشار الموجات الزلزالية، إن وجدت الحركة الأصلية والقوى المؤثرة. وقد مكنت المعادلات التكاملية من حساب المسألة المنعكسة: هل يجب إعطاء وقت سقوط محدد، وكيف تبدو الدالة، التي تصف الحركة التابعة، وشروطها الابتدائية؟ وبمساعدة المعادلات التكاملية على سبيل المثال يتم تحديد الحجم المبدئي لزلزال ما (فيما عدا؛ انفجار قنبلة نووية)، حتى إن كان قياس الهزات بعيدًا وضعيفًا.

لم يشعر هيلبرت بأنه سعيد في مجال الفيزياء لأنه كان يفتقر إلى الشركاء في الحوار، الذين يجعلون عقله يتقد. كان هو في الفيزياء، وهذا ما أيقنه مبكرًا، صدى صوت أكثر من كونه مكتشفًا. فقد استطاع ربط الأفكار وتنظيمها وإنشاء الأدوات، لجعل قوتها مرئية، لكنه لم يكن باحثًا في الطبيعة. كما كان بحاجة إلى مساعدين بمثابة رفاق الكفاح في الخيال والالتزام بالتفاصيل. لذا لجأ إلى وسيلة معتمدة فأنشأ وظيفة مساعد فيزيائي، والذي كان هناك حصرًا ليوضح له أحدث التطورات. أرسل إلى تلميذه السابق آرنولد زومرفلد من كونيجسبرج، والذي أصبح فيزيائيًّا في ميونخ وأحكم حوله دائرة واسعة من العقول الموهوبة، أمده بطالب مثالي تلو الآخر، ليقدم له أحدث العارفين في الفيزياء. أعدهم زومرفلد بشكل جيد، لأنهم كانوا بنفس قوة الرغبة. كان زومرفلد يأخذهم في عطلة نهاية الأسبوع من ميونخ إلى التزلج على الجليد أو

تسلق جبال الألب معه ووسط الأسبوع كان هناك جزء كبير للفيزياء في حديقة القصر. وكان أوائل هؤلاء الموهوبين الشبان في شرح الفيزياء هم باول بيتر إيفالد وألفريد لاندي.

بالطبع بدا أن الكثير من الهواء الطلق منهك التأثير حتى بالنسبة للشباب. لذلك لم يعودوا يتلاقون سريعًا في الحلقات الدراسية الفيزيائية أو الرياضية (ربما بسبب الخوف، من مُلاقاة أستاذ هناك ويدعوهم للتنزه)، بل كانوا يلتقون في مقاهٍ معينة. وقد حكى لاندي مؤخرًا الكثير في منفاه بالولايات المتحدة الأمريكية بشكل شجي عن «الخطوة الحاسمة»: «تزكيتي لهيلبرت التي كانت مهمة في حياتي. وقد التقيت بمجموعة من الشباب الصغار في جوتنجن، الذين كانوا مهتمين في ذلك الوقت بالفيزياء. كان علماء الرياضيات والفيزياء مرتبطين ببعضهم بشدة في جوتنجن. لم أشهد تعاونًا قريبًا لهذه الدرجة في أي مكان. كان السبب الرئيس وجود مكتبة واحدة لكلا المجالين. والناس يتقابلون في المكتبة ومؤخرًا في المقاهي، وكان المقهى المشهور كرون ولانتس -بعد الظهيرة- مركزًا للرياضيات والفيزياء، فإن كان لدى الفيزيائيين سؤال في الرياضيات، فيكون متاحًا على الفور رياضيّ يحاول الإجابة عن هذا السؤال[92]».

أصبحت جوتنجن تحديدًا بعد الحرب العالمية الأولى -على نحو كبير- بمثابة مقهى رياضيات وفيزياء هائل، مركز غير رسمي لأحدث التأملات حول طبيعة الأشياء، ساحة كفاح للأفكار، ضمت أعظم النظريات للشباب المتحمس (وأحيانًا أيضًا الشابات). لكن المعاونين الأذكياء والطلاب الموهوبين لم يكتفوا بهذا، كي يتقدموا للأمام. فقد أراد

92- ألفريد لاندي، مقابلة مع توماس كون. تم استرجاعها في 28 يوليو 2016 عبر الرابط:
https://www.aip.org/history-programs/niels-bohr-library/oral-histories/4728-1.

هيلبرت تبادل أطراف الحديث بشكل شخصي مع العظماء في مجالهم، في جولاته المحبوبة قدر الإمكان. ولكي يجذب تلك الأسماء اللامعة إلى جوتنجن، كان عليه أن يقدم لهم شيئًا. وقد أصبح الأمر واضحًا بالنسبة إليه، فحتى علماء الطبيعة لا شيء يجذبهم -باستثناء الأحاديث الجيدة- سوى المال. أصبح هذا الأمر متاحًا وبشكل غير متوقع منذ عام 1909، في شكل قيمة جائزة سخية، والتي أوصى بها الرياضي باول فولفسكيل في وصيته لأولئك الذين يستطيعون إثبات أو دحض مبرهنة فيرما الأخيرة. كان المبلغ عظيمًا مئة ألف مارك، ولكن ما اتضح خلال القرن، أنها لم تكن عالية إطلاقًا لقياس المسألة. فقد أيقظت لدى الرياضيين في العالم بأكمله أجمل التصورات، وأُرسلت حلول مُنقحة إلى الأكاديميات في جوتنجن وبرلين. وسريعًا أصبح المعاونون لا يشغلهم شيء سوى فحص التصورات، وقد وجدوا أخطاءً جادة لمدة 90 عامًا تقريبًا[93].

مَنَح وجود قيمة الجائزة في جوتنجن نفوذًا كبيرًا لهيلبرت. ذلك لأن الحديث في وصية فولفسكيل عن مبلغ تقريبي وليس عن فوائد تابعة، فلقد أدرك رياضيو جوتنجن الفرصة في الحال. فالقيمة تكاد تعادل بمفردها راتب أستاذ الجامعة، ولذلك قرر هيلبرت أن يطلق مبادرة «محاضرات فولفسكيل» بهذا الشأن، والتي يفترض فيها أن يلقي الأفضل في تخصصهم محاضرات لمدة أسبوع عن مستوى الحدث في الرياضيات والفيزياء.

جلبت أموال جوتنجن الجيدة والسمعة الطيبة لعلماء الرياضيات بها أفضل الأسماء إلى هذه المدينة. في البدء هنري بوانكاريه 1909،

93- للاطلاع على تاريخ جائزة فولفسكيل، راجع كلاوس بارنر، وبول فولفسكيل، وجائزة فولفسكيل في: مجلة إشعارات جمعية الرياضيات الأمريكية (AMS)، المجلد 44/10، الصفحات 1294 - 1303.

وبعدها بعام تبعه هندريك أنتون لورنتس. وبذلك تكوَّن جمهور ناقد بشكل تدريجي للعلم الفيزيائي والتفكير في جوتنجن. وجاء ماكس بورن (الحاصل على جائزة نوبل في الفيزياء 1954)، الذي كان آخر مساعد لمينكوفسكي وقد نشر كتاباته. بدءًا من 1913، جاء أيضًا بيتر ديبي أستاذ الجامعة في جوتنجن (كان تلميذًا لزومرفلد، خلف أينشتاين في زيورخ، جائزة نوبل في الكيمياء 1936). وقد نظَّم هيلبرت مع ديبي أسبوع مسائل جوتنجن 1913، الذي كان يدور حول أحد المواضيع المفضلة لهيلبرت، النظرية الحركية للغازات. كان ضمن المشاركين الآخرين ماكس بلانك (جائزة نوبل في الفيزياء 1918)، فالتر نرنست (جائزة نوبل في الكيمياء 1902)، ماريان سمولوتشوفسكي، وآرنولد زومرفلد، ولورنتس (جائزة نوبل في الفيزياء 1902).

جذب هذا المشهد الكثير من الجمهور العالمي، وقد شاع سريعًا، أن المرء لا يتحصَّل في جوتنجن فقط على حقيقة مستقبل الرياضيات المتسارع، بل الفيزياء أيضًا. وبالأخص قد شق الكثير من الأمريكيين طريقهم إلى هناك، ذلك لأن نموذج جامعة هومبولت كان يحظى بمكانة رفيعة في الولايات المتحدة الأمريكية. وقد أدرك الكثيرون من المثقفين الأمريكيين قبل مطلع القرن الماضي بشكل محزن، أن مؤسساتهم المسماة «جامعات» لم تنتج أي بحث تقريبًا، كما أن التدريس ظل إقليميًّا كذلك. لم يكن يُدفع للأساتذة من أجل الأبحاث أو المطبوعات، لهذا لم يقع هذا ولا ذاك في أي مجال يستحق الذكر. فكانوا يقتاتون من مقالاتهم، وكانت موضوعاتهم بسيطة ومتكيفة مع هوى الجمهور. كان مستوى محاضرة الرياضيات في الجامعات الأمريكية يقارن بالمدرسة

الثانوية الألمانية أو الفرنسية[94]. بالنسبة للرياضيات أو الفيزياء النظرية لم يهتم بها سوى حفنة صغيرة من الأشخاص غريبي الأطوار المتهورين. فقد تم تأسيس جمعية الرياضيات في نيويورك عام 1888، والتي نشأت عنها مؤخرًا جمعية الرياضيات الأمريكية (AMS).

على سبيل المثال، من بين هذه المجموعة الطويلة من طلاب الفلسفة الأمريكيين، جاء نوربرت فينر إلى جوتنجن سنة 1914. وكان يُعد شابًا معجزة، ذلك لأنه حصل على درجة الدكتوراة في الرياضيات سلفًا في هارفارد عندما كان يبلغ السابعة عشرة (لم يكن مشهورًا وقتها). في البدء أراد فينر دراسة المنطق على يد برتراند راسل في كامبريدج (الفيلسوف، الرياضياتي، عالم المنطق، الحاصل على جائزة نوبل في الأدب عام 1950)، لكن في طريقه إلى هارفارد راسل فينر هيلبرت، وكتب عنه في سيرته الذاتية، «لقد كان هيلبرت [...] شخصًا هادئًا قرويًا من بروسيا الشرقية، مدركًا لحجمه، ولديه تواضع حقيقي [...] وقد تجسد فيه التراث العظيم للرياضيات في بداية قرننا. وبالنسبة لي كشاب، فقد أصبح هيلبرت الرياضي من ذلك النوع -كما طفت بمخيلتي- رجلًا قد زاوج قوة التفكير المجردة الجبارة بعقل الحقيقة الفيزيائية الواقعية[95]». وقد انتمى فينر بعدها إلى الآباء المؤسسين للآلة الحاسبة، وأصبح رائد علم السيبرنيطيقا (الضبط والتوجيه المنطقي والتحكم بالكائنات الحية والآلات).

أراد هيلبرت تجسيد نموذج لشخص رياضياتي، لكن جاء الرجل

94- راجع: جيورجيو إسرائيل، وآنّا ميلان جاسكا، العالم كلعبة رياضية، بازل (بيركهويزر) 2009، صفحة 76 وما يليها.

95- نوربرت فينر، رياضيات، حياتي، دوسلدورف (إيكون) 1962 صفحة 26.

المناسب فليكس كلاين، لينهض بالرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية. والخصائص التي بسببها لم يتعامل كلاين مع الزملاء البرلينيين (الاهتمام العريض، والآذان الصاغية، والحكم الناقد)، أثرت في بقية عالم الرياضيات كالمغناطيس. فتوجه إليه الطلاب من كل مكان منهم من يبحث عن الرياضيات، وآخرون بسبب غلق الأبواب في برلين وباريس وكامبريدج أمامهم. ففي العام 1900 درس لدى كلاين (الذي كان يشرف على 57 أطروحة معًا، مقابل واحدة فقط لبوانكاريه) أربعة رؤساء لاحقين لجمعية الرياضيات الأمريكية.

المجتمع الدولي هش دائمًا، وهكذا تشرذم طلاب مدينة جوتنجن في أوطانهم، عندما اندلعت الحرب العالمية الأولى. لم يفكر أحد بشيء؛ عندما قُتل ولي العهد النمساوي في سراييفو في 28 يونيو 1914 وكان القرن التاسع عشر قد انقضى بالفعل، ولا عندما أعلن الكونت هويوس (المستشار القانوني ورئيس ديوان وزير الخارجية) عن «ولاء نيبلونج» في برلين وحصل على «صلاحيات كاملة» في الخامس والسادس من يوليو، ولا أيضًا عندما توقع رايموند بوانكاريه (الرئيس الفرنسي وابن عم هنري بوانكاريه) في سانت بيترسبورج إمكانية قيام حرب ما. لكن في 25 يوليو بعد شيوع إعلان الحرب في النمسا ضد صربيا سار جمهور متحمس مع الكثير من طلاب الاتحادات في جوتنجن يلوحون بالأعلام عبر المدينة، وسرعان ما دخلت ألمانيا الحرب بناء على ذلك، وكذلك قد تأهبت أوروبا العجوز، اشتعلت فيها النيران ولم يعد بالإمكان الاستمرار في التفكير؛ فانهار الاتحاد الموجود في جوتنجن، وعاد الأمريكيون إلى منازلهم. ذهب معظم الطلاب الألمان والمساعدين إلى الحرب بحماس، الحرب التي تصوروها كإعادة لمسرح الأحداث الشتوي في 1870/ 1871 (الحرب الفرنسية البروسية). وأنهم سوف يعودون بحلول صيف 1915 على أقصى تقدير.

شابان واقعيان

قصد هيلبرت صديقه مينكوفسكي في صيف 1914، عندما أعدَّ محاضرة عن بنية المادة للفصل الدراسي الشتوي القادم. لكن اندلاع الحرب غيّر كل شيء، يمكننا افتراض أن هيلبرت كان يائسًا، بقدر ما يتلاءم ذلك مع طريقة القرويين في بروسيا الشرقية.

حاول أساتذة الجامعة في ألمانيا المساهمة، حيث شارك أبرزهم في بيان «نداء إلى العالم المتحضر»، والذي أبدوا فيه أسف أمتهم على الصورة السيئة بعد الحملة على بلجيكا وإنكار الحقائق المجردة: «لا ينبغي أن تُدان ألمانيا في هذه الحرب. فلا الشعب أرادها ولا الحكومة ولا الإمبراطور. وقد بذل الجانب الألماني أقصى ما لديه، لتفاديها. [...] غير حقيقي أننا أسأنا إلى بلجيكا المحايدة بشكل جائر [...] غير صحيح أن يكون قد تم المساس بحياة وأملاك مواطن بلجيكي واحد من قبل جنودنا، دون أن يكون ذلك في إطار أقصى دفاع عن النفس. [...] ليس حقيقيًّا، أن تكون فرقنا قد فتكت بالأسود بوحشية. كان عليهم ردعهم عبر إطلاق النيران على جزء من المدينة بحرص شديد، لحماية سكان الحي الذين هاجمتهم غدرًا. لكن حافظوا على الجزء الأكبر من الأسود».

وهكذا، يمكننا تخيل هرب المواطنين الغاضبين من هجوم الأسود إلى

الجنود الألمان المدافعين الشجعان، الذين لم يُغيروا على بلجيكا[96].

لم يوقِّع هيلبرت على البيان. كيف يمكنه ذلك؟ لقد كان ملتزمًا بالمنطق والحقيقة، وكان يفضل الإمعان في التفكير بإرث مينكوفسكي. كان قد تمكن في شبابه من الفرار من التجنيد الذي يبلغ مدته سنة، والآن لا تربطه أي صلة أخرى بالحرب كشخص مُسِن. أغلب من اقتدى بهم في شبابه كانوا فرنسيين وكانت له علاقات جيدة مع كثير من الزملاء الفرنسيين. وعندما كتب رثاء لأحدهم في 1917، جاستون داربو، تظاهر طلاب غاضبون أمام منزله (دون جدوى). فقد ظلت انفعالات الحرب بعيدة عن رأسه البارد. وظل محايدًا في وقت لم يكن لشخص بمثل هذا السلوك مكان. وهكذا أكمل حياته كأستاذ جامعي، وسارت الأمور بشكل جيد.

في شتاء هذا العام 1914/ 1915، ما زالت الحرب تأبى وضع أوزارها مع تنبؤات باستمرار حالة العناد، كانت تُدوي أفكار قوية حول نظرية النسبية. لعل التأملات الأخيرة لمينكوفسكي قد أنتجت نقطة البداية لاستكمال التفكير مليًا، والتي على الأرجح كانت تدور حول تعميم النظرية (كان أينشتاين قد نشر سلفًا في 1908 ورقة بحثية عن تأثير الجاذبية على الضوء في ظل ظروف نظرية النسبية. علاوة على ذلك فإن علماء الرياضيات يريدون دائمًا التعميم، هذه هي طبيعتهم) وبالتأكيد قد دار الحديث حول هذا الموضوع أثناء جولات التمشية مع ماكس بورن. كان بورن هو الوحيد في ألمانيا بجانب أينشتاين لديه القناعة، بأن النظرية يمكن تعميمها بل يجب تعميمها. أما بقية علماء

96- ربما قرأ العديد من الموقعين بيان 4 أكتوبر 1914 بشكل متعجل (وهذا يبدو كذريعة طالب بليد) وسرعان ما ندموا على توقيعهم، لكن القليل منهم تمكن من التنصل علنًا. ومع ذلك، لا يمكن القول إن كل الموقعين كانوا نازيين. بعضهم (مثل كارل فوسلر أو ماكس بلانك) صاروا في وقت لاحق معارضين للنازيَّة. كان معظمهم = من كبار العلماء الذين ليس لديهم فكر سياسي أو عملي. البيان المذكور وفقًا لكلاوس بوهمي (محرر)، نداءات وخطب الأساتذة الألمان في الحرب العالمية الأولى، شتوتغارت (ركلام) 1975، صفحات 47 - 49.

الفيزياء، وفي مقدمتهم ماكس بلانك، لم يفكروا كثيرًا في الأمر. وقد رأى هيلبرت إمكانية إتمام عمل صديقه، الذي احتوى على الفيزياء كجزء آخر.

تسلم أينشتاين مهمة التعميم لأجل استكمالها وصارت «مثبتة ببراعة» تجريبيًّا في الشتاء الأول من الحرب. وقال إنه يتطلع في ذروة حياته العملية: «لتحقيق هذا الهدف حقًّا، الذي هو بمثابة أعلى ترضية في حياتي، على الرغم من عدم إدراك أي متخصص لعمق وضرورة هذا المسار حتى الآن[97]». دعاه هيلبرت، لحضور محاضرات فولفسكيل في العام 1915، لمعرفة ما إذا كان بالفعل يوجد أي متخصص آخر يمكنه أن يحذو حذوه. وبنهاية يونيو بدأت المعركة الأولى على نهر إيسونزو لتوها ومحاصرة بولندا الروسية، وحضر أينشتاين إلى جوتنجن أيضًا، كي يقضي أسبوعًا في إلقاء المحاضرات للجمهور المتعطش؛ حيث كان الاهتمام حينها لا يزال متزايدًا بنظرية النسبية العامة. أقام لدى هيلبرت، الذي لم يكن يعرفه جيدًا، لكن شعر بانجذاب نحوه في هذا الصيف، كأنه يحتاج إلى حقل جاذبية، يسرع به ويطلقه في مدار جديد. وفي فترة وجيزة تطورت بينهما العلاقة التي كانت في بدايتها متناقضة بشكل ملحوظ -من منظور مطلق- لتبعات الأحداث العالمية.

لم تكن النقاشات في تلك الأثناء تدور حول الفيزياء فقط. ولم يُدون هيلبرت شيئًا عن تلك الفترة، إذ قلما كان يكتب الرسائل، لكن بقي ما كتبه أكثر مما فعل أينشتاين. فكان كلاهما يُغرق نفسه في العمل أكثر بقدر رفضهما للحرب. كتب أينشتاين لصديق له في زيورخ: «تتضاعف الفرحة في ذلك الوقت بالأشخاص القلائل، المبتعدين عن الوضع تمامًا

97- أينشتاين عند فالتر ديلنباخ، 31. مايو 1915. في: الأوراق العلمية المجمعة لألبرت أينشتاين، المجلد الثامن، سنوات برلين: مراسلات، 1914 - 1918، حررها: روبرت شولمان، آن جاكوب كوكس، ميشيل يانسن، جوزيف إيلي، (منشورات جامعة برينستون) 1998 صفحة 136.

-حالة الحرب البشعة والكراهية غير المعقولة- والذين لا ينجرفون مع تيار الزمن العكر. كان هيلبرت أحد هؤلاء، عالم الرياضيات من جوتنجن. لقد مكثت في جوتنجن أسبوعًا تعرفت عليه وتعلمت أن أحبه. وقد ألقيت هناك ست محاضرات كل واحدة منها مدتها ساعتان حول نظرية النسبية الواضحة جدًّا[98] وشهدت فرحة إقناع علماء الرياضيات هناك. لا تستطيع برلين منافسة جوتنجن، على الأقل في هذا المجال، من حيث حيوية الاهتمام العلمي[99]».

كانت برلين تعج بمؤيدي الحرب، ولم يستطع أينشتاين التعبير عن سلميته. لهذا كان عليه الذهاب إلى سويسرا، لأصدقاء مثل تسانجر ومن لهم نفس الرأي والتفكير، كرومان رولان، ووجد في هيلبرت شخصية ودائرة مماثلة تمامًا[100].

ظاهريًّا كانوا مواطنين صالحين، قبلوا رواتب أساتذة الجامعة والتكريم من الدولة البروسية من دون توان، لكن من الداخل كانوا يعانون من الحماقة الهائجة، والتي كانت في رأيهم قد استحوذت على هذه الدولة (وكل أوروبا تقريبًا). وفي ظروف أخرى، لعل هيلبرت وأينشتاين كانا سيظلان أصدقاء مدى الحياة، لكن الظروف لم تسمح بذلك وسارت طرق حياتهما في سنوات الحرب بشكل متوازٍ فقط، ولذلك فقد تعايش كلاهما مع ذلك الوقت بحدة تكاد تكون ليس لها نظير.

كان أينشتاين وهيلبرت يجلسان سويًّا منذ الصباح وحتى المساء،

98- في ذلك الوقت كان أينشتاين لا يزال يسميها مجموعة الأفكار، والتي باتت تُعرف اليوم بنظرية النسبية العامة.

99- من رسالة أينشتاين إلى هاينريش تسانجر، في 7 يوليو 1915. صدرت في منشورات جائزة مجلس النبلاء للتميز (CPAE)، المجلد الثامن، صفحة 145.

100- تحدث هيلبرت عن «مجموعة سياسية متحمسة للغاية» دعا إليها فيما بعد أينشتاين في رسالته المؤرخة 27 مايو 1916. من جانبه، دعا أينشتاين هيلبرت في بداية عام 1918 لكتابة «نداء للسلام» معه، ولكن هذا لم يتحقق. وهذا يوضح مدى ارتباط الاثنين بالشعور السلمي خلال كل العواصف.

تقاطعهما فقط المحاضرات والتمشية مع الشخصيات المهمة في الضواحي المجاورة. كانت مواضيع حواراتهما إلى جانب السياسة تلك النظرية العظيمة والبديعة، التي نسميها الآن نظرية النسبية العامة. كانت نظرية النسبية الخاصة قد نُشرت في عام 1905، وكانت حتمًا ستخرج إلى النور يومًا ما من دون أينشتاين. وعلى النقيض فإن نظرية النسبية العامة لم يفتقدها أحد حتى عام 1915. فقد ظلت هكذا بعيدة عن الخيال، ومن الصعب جدًّا صياغتها، ومع ذلك يمكن التحقق منها عمليًّا بدقة رائعة، ويُمكن اعتبارها ضمن الإنجازات العلمية العظيمة في تاريخ البشرية.

في نظرية النسبية الخاصة يدور الأمر حول العلاقة بالإطار المرجعي، الذي يتحرك بعضه نحو بعض بسرعة منتظمة نسبيًّا. وفي الواقع المادي فإن الحركات المتسارعة أكثر تشويقًا وتكرارًا قبل كل شيء.

وضحت نقطة الانطلاق في تفكير أينشتاين عبر ضرب مثل لشخص محاط في مصعد دون نوافذ. لم يشعر بأي فرق، سواء إذا كان المصعد يقف على الأرض وتسحبه الجاذبية أم أنه في الفضاء ويتسارع بشكل مستمر عبر صاروخ. (كما في أفلام الخيال العلمي الجيدة، المحطات الفضائية التي تدور مثل العجلات الكبيرة في الفضاء حول مدار مركزي. والدوران هو حركة التفاف متسارعة بشكل منتظم، ونحن نعلم هذا من الدوامة، وهذا التسارع له نفس التأثير على رواد الفضاء مثل قوة الجاذبية) افترض أينشتاين، أن قوة ما تبدو مثل أي قوة أخرى، لعلها في المفهوم الأعمق تكون هي نفس القوة. طالب بتكافؤ مجال الجاذبية وهو مجال التأثير في قوة الجاذبية، والإطار المرجعي المتسارع (بحسب لغة نظرية النسبية الخاصة) والإمعان في مبدأ التكافؤ هذا هو القدرة الهائلة على التفكير، الذي تقوم عليه نظرية النسبية العامة، ومن

هذه النقطة الثابتة الرئيسة تتبع النظرية بأكملها.

شرح .أينشتاين نظريته أيضًا للنخبة من علماء الرياضيات في محاضرات فولفسكيل، تلك التي لم تلق فهمًا واسعًا في برلين، ولم ير سوى رؤوس تومئ. «لقد كان من دواعي سروري في جوتنجن، أن أرى كل شيء مفهومًا بالتفصيل. وأنا متحمس جدًّا تجاه هيلبرت. إنه رجل عظيم[101]!». وهذا الرجل العظيم كان يستمع إلى كل شيء بالتفصيل ويستغل الوقت المشترك، ليسأل، بطريقته المتروية، ويطرق كل معادلة بطريقة منهجية ويستنتج الأسباب النهائية، لعدم اكتمال هذه النظرية.

نظر هيلبرت وأينشتاين إلى نظرية الجاذبية من اتجاهات مختلفة، كما لو كانت اللحم المشوي الكائن في منتصف طاولة في إحدى الحانات، كانا الوحيدين اللذين اتخذا مكانًا عليها، ويدركان بالفعل، أي قوة تجمع الكون. أحدهما لديه نظرة عالم الرياضيات، والتي تدور حول تطوير نظام اليقينيات في الفيزياء. والثاني ينظر كفيزيائي لتوضيح ظاهرة مادية كمسار عطارد حول الشمس. وصحيح أن كليهما يشتم نفس رائحة الشواء لكن لكل منهما تصورات مختلفة عن مذاقها. كانا متفقين على مبدأ واحد، أنه وفقًا للنموذج الرياضي، فعلى الفيزياء أن تخرج من أعلى المبادئ (قوانين الطبيعة والمبادئ واليقينيات)، لاستخلاص كل شيء آخر منها وفقًا لقوانين المنطق. ويجب أن تسري الطريقة اليقينية على الفيزياء أيضًا، كما قال أينشتاين في محاضرته الافتتاحية في أكاديمية العلوم في بروسيا في يونيو 1914: «يستخدم أصحاب النظريات الافتراضات العامة، المسماة مبادئ، كأساس، والتي

101- من رسالة أينشتاين إلى آرنولد زومرفلد، المؤرخة في 15 يوليو 1915. وصدرت في منشورات جائزة مجلس النبلاء للتميز (CPAE)، المجلد الثامن، صفحة 147، وتبدو مشابهة للغاية مع رسائله إلى هاينريش تسانجر، بين 24 يوليو و 7 أغسطس 1915: محاضرات فولفسكيل حيث سارت الأمور بشكل جيد، «تمكنت من إقناع هيلبرت بالنسبية العامة أنا سعيد بهذا الأخير، رجل يتمتع بالقوة والاستقلال في كل شيء». (CPAE)، المجلد الثامن، صفحة 154.

يُمكن من خلالها استنتاج الاستدلالات. ولذلك ينقسم عملهم إلى قسمين. أولًا: عليهم قصد ذلك المبدأ، وثانيًا: تطوير الاستنتاجات التي تنبع من هذه المبادئ. ولتحقيق المهمة الثانية ينبغي أن يتلقوا في الدراسة آلية ممتازة. وإن حُلَّت أولى المهام في مجال أو عقدة الترابط، فلن تنقصهم الهمة الكافية والفكر الناجح. وأولى المهام، وبالتحديد أولئك الذين يسجلون المبادئ، ستكون أي استنباطات أساسًا لهم، وهي من نوع آخر مختلف تمامًا. فهنا لا توجد طريقة قابلة للتعلم، وللتطبيق أو منهجية تؤدي إلى الهدف. إنما على الباحث أن يستمع إلى طبيعة تلك المبادئ العامة، والتي ينظر فيها إلى حركات عامة يقينية في تجمعات أكبر من حقائق التجارب، يمكن صياغتها بشكل دقيق. فإن نجحت الصياغة مرة، فيتم البدء في تطوير الاستنتاجات، والتي في الغالب تؤدي إلى ارتباطات غير متوقعة، تتسع كثيرًا لمجال الحقائق، الذي يتم فيه ربح المبادئ[102]».

رؤى أينشتاين العظيمة، التي شكلت الجانب الفيزيائي لنظرية النسبية العامة، كانت لها آثار جديرة بالملاحظة: أولًا: دمج المادة والطاقة في الزمان والمكان. ثانيًا: لا يتشكل الزمان والمكان من الناحية الرياضية عن طريق هندسة المدرسة الإقليدية القديمة، بل عبر ما يسمي بمتعددات الشعب الريمانية الزائفة. وثالثًا: لم يعد يُنظر للجاذبية كقوة، ولكن كخاصية في علم هندسة الزمكان. كيف لأينشتاين أن يستنتج كل

102- نقلاً عن: تقارير اجتماعات الأكاديمية الملكية البروسية للعلوم (1914)، صفحة 740. اجتماع عام في 2 يوليو 1914.

هذا وما يعنيه بالتفصيل؟ لا مجال هنا للاهتمام بذلك[103]. لكن ما رواه أينشتاين في جوتنجن، لم يكن صحيحًا بالكامل؛ بل واهٍ في هذا السياق، لقد كان ببساطة طريفًا وزائفًا، لكنه كان شيقًا في الوقت نفسه[104]. اقتنع هيلبرت سريعًا بالفيزياء، لكنه أثناء الصيف، أبلغ آرنولد زومرفلد بتشككه في رياضيات أينشتاين. في البداية كانت مجرد أفكار غير محددة، لم يكن قد تمكن من صياغتها بشكل واثق بعد. وربما كان هناك شعور غير مؤكد، مثل حكة خلف الأذن، لا شك أنه شعور مقلق أو بحث مرتبك عن خطأ ما، فقط شيء فوق المعتاد. لم يكن الخطأ واضحًا، ولم يكن يكمن أيضًا في الحدس الفيزيائي، أو في الصياغة الرياضية لمعادلات المجال، التي تصف هندسة الفضاء في ظل ظروف الجاذبية.

كان على هيلبرت الاستماع إلى أينشتاين بالتفصيل لكي يكتشف مكمن الخطأ، البداية في محاضرات فولفسكيل، ثم أثناء التنزه إلى هاينزبرج، وبالتأكيد في المنزل مساءً. وبعد أسبوع جيد ذهب الاثنان بصفتهما صديقين حميمين إلى المنتجع الصيفي، عاد أينشتاين إلى عائلته في سويسرا، بينما ذهب هيلبرت إلى الاتجاه المعاكس حيث جزيرة روجن.

كيف اعتمل الشك في المستويات العليا للوعي، هذا هو ما لا يمكن إعادة تتبعه بطريقة فردية. صرح هيلبرت في نهاية سبتمبر أو بداية أكتوبر عام 1915 حيال زومرفلد، أنه التفت إلى تباينات معينة في نظرية النسبية العامة عند تأمله البحر الشاسع أو السماء اللانهائية. ربما

103- يمكن تصور خاصية المساحة المنحنية عبر النظر من موضع نملة تقيس تفاحة بوضع خطوة صغيرة أمامها وبالتالي تدور حول جسم الثمرة بالكامل. تجتاز كل خطوة بسلاسة ولا تشعر بأي حال سوى أنها على طاولة مسطحة. إذا كانت الخطوات صغيرة بما يكفي، فإن سطح التفاحة تسري عليه قوانين الهندسة الإقليدية. لن تكون هناك مشكلة حين تدور النملة حول المحيط الكبير للتفاحة. لكن يصبح الأمر صعبًا عند الاقتراب من الانحناء الذي يبرز منه الغصن. لأن النملة تتحرك بفضول على مسار منحنٍ. قد تنجذب نملة مدربة على إقليدس للنزول نحو جذر الساق الجذاب. لكننا نعرف أن هناك خواص هندسية خاصة بالتفاح فقط.

104- اتهم فولفجانج باولي النظرية بالجنون التام، وكان يردد: «هذا محض هراء». انظر رودولف بيرلز، فولفجانج إرنست باولي، 1900 - 1958 في: يوميات وسير زملاء الجمعية الملكية، المجلد الخامس (1960)، ص 186.

قد اهتزت نفس أينشتاين لتأثير المنظر الجبلي الأقل إثارة للحزن، لكن العقدة لم تنفجر إلا في منتصف أكتوبر. فقد أدرك أن «مجال الجاذبية في نظام دوار موحد لمعادلات المجال لا يكفي» وأن مسار كوكب عطارد حول الشمس مختلف عن المسار الذي تنبأ به في العام الماضي [...]. كانت هذه الأنظمة الإحداثية «المتكيفة»، بمثابة «إلقاء حجر في الماء». كان هذا هو اعترافه الأخير والذي لا ينبغي على الأشخاص البسطاء فهمه بالتفصيل[105].

كان خريفًا صاخبًا. عمل أينشتاين وهيلبرت على اشتقاق معادلات المجال الصحيحة، كما لو لم يكن هناك شيء أهم (كامتداد الحرب إلى بلغاريا أو بداية معركة الخريف في شامبانيا). التقى أينشتاين، الذي كان يرسل الرسائل إلى جميع أنحاء العالم، في ذلك الوقت الحرج مع هيلبرت. والآن هما يعملان، كل بمفرده وبجانب بعضهما، بسرعة رائعة وتزامن مذهل في تطوير المعادلات. وقد أبلغا أكاديميتيهما في برلين وجوتنجن مرارًا عن تقدمهما وفشلهما. في وقت لاحق كان أينشتاين محرجًا بعض الشيء، مع أنه قد «خلد» بهذه الطريقة «آخر الأخطاء في هذا الصراع[106]». احتفظت الرسائل والبطاقات البريدية بأحدث المستجدات، لأن السباق، الموازي إلى ذلك، لم يكن لينتهي بشكل سليم، إلا إذا أُحترمت قواعد الأخوة العلمية. فالكل أراد أن يكون الأول، لكنه سيكون نصرًا بلا طعم، إن لم يخدم العلم في المقام الأول. وفي النهاية تحقق «أعظم أحلام أينشتاين[107]»، عبر عنه قائلًا إنه: «الاكتشاف الأكثر

105- من رسالة أينشتاين إلى آرنولد زومرفلد، المؤرخة في 28 نوفمبر 1915. وصدرت في منشورات جائزة مجلس النبلاء للتميز (CPAE)، المجلد الثامن، صفحة 206.

106- من رسالة أينشتاين إلى آرنولد زومرفلد، المؤرخة في 28 نوفمبر 1915. وصدرت في منشورات جائزة مجلس النبلاء للتميز (CPAE)، المجلد الثامن، صفحة 207.

107- من رسالة أينشتاين إلى ميشله بيسو، المؤرخة في 10 ديسمبر 1915. وصدرت في منشورات جائزة مجلس النبلاء للتميز (CPAE)، المجلد الثامن، صفحة 218.

قيمة، الذي أحدثته في حياتي[108]»، في الوقت نفسه قدَّم هيلبرت في 20 نوفمبر، وأينشتاين في 25 نوفمبر، أخيرًا اشتقاقات المعادلات الصحيحة لأكاديميتهما، بشكل مستقل بعضهما عن بعض ومرة أخرى تُرفض.

مع ذلك كان كلاهما، حسب رأي فليكس كلاين «يتجاهلان بعضهما وهو شيء طبيعي بين اثنين من علماء الرياضيات المنتجين في هذا العصر[109]». أراد هيلبرت الرمية الكبرى بأكملها، أراد في النهاية أن يضع الحلة البديهية للفيزياء، أراد دمج مجموعة جمل غير مترابطة في بناء موحد ومنظم وله أساس، يناسب الفيزياء كلها. لقد أراد، كما طالب في باريس في المسألة السادسة، أن ينشئ نظرية لكل شيء بمساعدة الطريقة البديهية، نظرية الكاتدرائية، التي يمكن أن يستدل منها على كل ظاهرة طبيعية من نظام موحد لقوانين الطبيعة. وفي ذلك كانت نظرية النسبية مجرد لَبِنة كبيرة وجميلة، لكنها ليست النظرية البارعة في حد ذاتها. على كل حال، فالنسبية لهيلبرت لم تكن «البحث الأكثر قيمة»، لكنها كانت تقدمًا وسيطًا وجريئًا. كان اهتمامه منذ القدم هو الديناميكا الحرارية، والحركية، ونظرية الإشعاع. «لقد أصلحنا الرياضيات، والخطوة التالية هي إصلاح الفيزياء، ومن ثم نتوجه إلى الكيمياء»، كان هذا مضمون خطة هيلبرت الكبيرة في مذكرة إيفالد[110]. على النقيض، فلم تكن تلك النظرية بالنسبة لأينشتاين خطوة بسيطة وسهلة، بل تعبير عن المعرفة الفيزيائية العميقة. ومع الفوز بتلك المعرفة كان هيلبرت بالنسبة له -مع كامل الاحترام- ليس سوى ممثل

108- من رسالة اينشتاين إلى آرنولد زومرفلد، المؤرخة في 9 ديسمبر 1915. وصدرت في منشورات جائزة مجلس النبلاء للتميز (CPAE)، المجلد الثامن، صفحة 217.

109- من رسالة فليكس كلاين إلى فولفجانج باولي، المؤرخة في 8 مارس 1921. ف. باولي، صفحة 27.

110- مقتبسة من كونستانس ريد، هيلبرت، برلين (شبرينجر) 1970، صفحة 129. راى هيلبرت في الكيمياء بمذكرة إيفالد أنها في حالة يرثى لها: كانت «على مستوى دورة طبخ في مدرسة ثانوية للبنات».

ثانوي، أتقن الرياضيات بشكل ممتاز، لكن ليس لديه الحدس الفيزيائي الكافي.

بعد نوفمبر الصاخب بقليل عام 1915، حدثت بعض دراما الغيرة بين كلا العالمين، لأنهما لم يعرفا أن لهما أهدافًا متباينة بشكل أساسي. وشعر كلاهما بأنه الأب الشرعي لنظرية النسبية العامة. وجد أينشتاين أنه لا يُقدِّر إصدارات هيلبرت بشكل مقبول، كما شكا لصديقه تسانجر في زيورخ: «إن النظرية جميلة بشكل لا مثيل له. لكن زميلًا واحدًا فقط هو من فهمها فعلًا ويحاول أن يعادلها بطريقة حاذقة [...]. في تجاربي الشخصية تعرفت بالكاد على بؤس الناس بشكل أفضل كتلك النظرية وما يرتبط بها. إنها لا تخذلني[111]».

في هذه اللحظة الأسعد في حياته العلمية أراد أن يبقي بمفرده، على جبل الأوليمب الفكري ذاك، حيث جلس طويلًا على العرش في تصور الرأي العام. على النقيض فقد تعجب هيلبرت، كيف استطاع أينشتاين الوصول إلى هذا الحد عمومًا: «أتعلم، لماذا يقول أينشتاين في جيلنا أكثر الأشياء ابتكارًا وعمقًا عن المكان والزمان؟ لأنه لم يتعلم شيئًا عن فلسفة ورياضيات المكان والزمان[112]». وعلى كل حال فقد خرج

111- من رسالة أينشتاين إلى تسانجر، المؤرخة في 26 نوفمبر 1915. وصدرت في منشورات جائزة مجلس النبلاء للتميز (CPAE)، المجلد الثامن، صفحة 205.

112- مقتبس من كونستانس ريد، هيلبرت، برلين (شبرينجر) 1970، صفحة 142. يشير ريد أيضًا إلى أن هيلبرت رشح أينشتاين لجائزة بولياي الثالثة في عام 1915 بسبب «روحه الرياضية العالية».

الشهود العيان ربائب جوتنجن (باولي[113]، وفايل[114]، وإيفالد[115]) بأن معادلات المجال قد تطورت بغض النظر عن أينشتاين وهيلبرت. تساءل نوربرت فينر في 1970، لماذا نُسبت معادلات المجال إلى أينشتاين عمومًا[116]. وتسري شكوك في جوتنجن، بأن الأخير قد «اعتمد على» مساهمة هيلبرت.

سواء كان ذلك بالمعادلة أو الاعتماد، ففي الواقع كان كل من بطلي الرواية مترددًا نوعًا ما في عرض أفضال الآخر. لكنهما قد تحدثا في الواقع -بطريقة ما- عن أشياء مختلفة. فتطوير هيلبرت للمعادلات قد اتبع الطريقة البديهية واستخدم حساب المتغيرات، بمعنى أنه استنتجه من مبدأ الاختلاف. بينما كان أينشتاين بعيدًا عن كلا الطريقتين؛ فالأولى جاءت من الرياضيات، والثانية من الفيزياء، لكنهما يؤديان إلى نفس النتيجة، بالتزامن مع معلومات عمل الآخر.

أحسا بأن المشادة المسيئة العلنية ستقلل من شأنهما، وهكذا هدأ الأمر قبل أن يتصاعد. اقترح هيلبرت على أينشتاين العضوية في

113- انظر فولفجانج باولي، نظرية النسبية. في: موسوعة العلوم الرياضية 5/19، لايبتسيج (1921). انظر أيضًا، نظرية النسبية، أكسفورد (بيرجامون) 1958، صفحة 135، الحاشية 277.

114- انظر هيرمان فايل، الفضاء والزمان والمادة، برلين (شبرينجر) 1918.

115- كان إيفالد مساعد هيلبرت في ذلك الوقت، ثم أصدر في وقت لاحق بيانًا شفهيًا بتوافقه مع جاجديش ميهرا. انظر جاجديش ميهرا، العصر الذهبي للفيزياء النظرية، المجلد الأول، سنغافورة (وورلد ساينتفك) 2001، صفحة 308.

116- في رسالة مؤرخة 29 نوفمبر 1971، سأل يوجين ويجنر، الذي كان في جوتنجن قبل الحرب العالمية الأولى وبعدها، جاجديش ميهرا عما إذا كان لديه تفسير أنه بعد اكتشاف معادلات المجال هناك جيلان لم يعرفا أن هيلبرت طورها بشكل مستقل متزامن مع أينشتاين. قال ميهرا في إجابته إن مساهمة هيلبرت في اكتشاف المعادلات الحقلية «تم الاستيلاء عليها» من قبل أينشتاين. (جاجديش ميهرا، العصر الذهبي للفيزياء النظرية، المجلد الأول، سنغافورة، وورلد ساينتفك) 2001، صفحة 323. درس ميهرا في جوتنجن في خمسينيات القرن الماضي وأجرى مقابلات مع العديد من شهود العيان. على أي حال، كانت إشارة أينشتاين إلى مساهمة هيلبرت في نظرية النسبية العامة سطحية للغاية. (حوليات الفيزياء 49، 769 (1916)، يمكن العثور على الإشارة إلى هيلبرت في الصفحة 810).

أكاديمية جوتنجن الذي كتب بطريقة مهذبة: «أشكركم على الرسالة الودية، ومنحي العضوية. وبهذه المناسبة، تهفو نفسي إلى أن أقول لكم شيئًا، مهم بالنسبة لي، كان هناك اضطراب موقن بيننا، وأنا لا أريد تحليل سببه. ومقابل ذلك واجهت شعور المرارة بنجاح كامل. أذكركم مرة أخرى بصافي مودتي، وأطلب منكم، أن تحاولوا نفس الشيء معي. إنها لخسارة موضوعية، عندما يكون هناك شابان واقعيان، يتغلبان على الصعوبات في هذا العالم البالي، ولا يُسعدان أنفسهما[117]».

في اليوم السابق لعشيَّة عيد الميلاد 1916، قدَّم هيلبرت للأكاديمية في جوتنجن مرة أخرى ورقة بحثية، حيث عرض الأمور من وجهة نظره وأكد على أهمية أينشتاين كمكتشف لنظرية النسبية العامة. وهكذا انتهت مرحلة التقارب الكبير. وبالتأكيد بقيت هناك بعض الألفة، بعد التجربة المشتركة لاكتشاف مثل هذه النظرية العظيمة.

لم يفكر أينشتاين كثيرًا في تصور هيلبرت لنظرية النسبية العامة كمحطة وسيطة في الطريق نحو نظرية شاملة لكل شيء. ويبدو أن منهج هيلبرت قد بدا له «طفوليًّا، كتصور طفل لا يعرف أي مكر في العالم الخارجي[118]». وبهذا يكون هناك شيء واقعي فقط للعالم الذي يحبس نفسه بين جدرانه الأربعة، واستبدل بألعاب الرياضيات الشاحبة، تجارب واقعه القاسي. وبالمقارنة مع رودولف ياكوب هوم، الذي درس الرياضيات وقتها في جوتنجن (ولم يستطع أن يكون في أي جبهة كشخص سويسري)، أعرب عن استغرابه من محاولة هيلبرت، الظفر بنظرية الكمية من نظرية النسبية. وقد فعل، كما في مذكرات هوم: «وجهًا مارقًا؛ لن ينجح، على الرغم من أن نظرية الجاذبية أكثر عمومية.

117- من رسالة أينشتاين إلى هيلبرت، المؤرخة في 20 ديسمبر 1915.

118- من رسالة أينشتاين إلى هيرمان فايل، المؤرخة في 23 ديسمبر 1916.

لكن فكر النسبية لا يمكن أن يعطي أكثر من الجاذبية [...] فكرة تكوين صورة للعالم من خياله كانت جميلة ويمكن أن تؤدي إلى شيء ما [...] رغم أنه عارض كل تلك المحاولات، لبناء عالم من التصورات. لقد كانت جرأة كبيرة، لتصور شكل الكون الآن، لأن ما زال هناك الكثير من الأمور التي نحن بعيدون عنها[119]».

لا يُمكن تسيير العالم وفق نظام كبير وموحد، لأنه في النهاية كانت قوانين الفيزياء مجرد حقيبة مملوءة بالبراغيث. «تتغير حدود جهلنا باستمرار[120]»، قالها أحد عظماء هذا المجال في نهاية القرن العشرين بهدف التدفق المستمر لاكتشافات الحقائق الجديدة وعلاقتها بالفيزياء. لم تكن توجد صياغات نهائية للقوانين، حيث جاءت التناقضات وذهبت مثل ضيوف غير مدعوين، عندما تتنصل التخمينات من التجارب، كانت الطريقة البديهية منطقية فقط في نظر أينشتاين.

ومع ذلك فإن فكرة النظرية الموحدة، التي أدخلت العالم كله في سياق منطقي واحد طبقًا للطريقة البديهية، ولم تترك لا أينشتاين ولا أتباعه في حالهم، قد ترسخت بعمق، عندما استقرت في أذهان الفيزيائيين. بعدها بسنوات قليلة غيَّر أينشتاين رأيه وقصد البحث عن نظرية واحدة كبيرة.

بينما وضع هيلبرت في البداية مشكلة خفية بينه وبين الفيزياء واتجه

119- انظر؛ رودولف ياكوب هوم: كارل زيليج، البرت اينشتاين: حياة وعمل عبقري في عصرنا، زيورخ (أوروبا) 1960، صفحة 260 وما بعدها مقتبس من ألبريشت فولسينج، ألبرت اينشتاين، فرانكفورت (زوركامب) 1995، صفحة 423.

120- رينتشارد فينمان، محاضرات فينمان في الفيزياء، المجلد الثالث، الطبعة الخامسة، ميونيخ (أولدنبورج) 2007، صفحة 1.

مرة أخرى إلى أساسيات علمه الخاص[121]. حلمه الذي يشمل جمع كل نظريات علم الرياضيات باعتبارها سيمفونية في نظام شامل غير متناقض من المعادلات، إلى آلية منطقية، لم يخلِ سبيله أبدًا. وبالمقارنة مع هذا المشروع، فإن نظرية النسبية بدت له كتمرين أصبع.

121- اعتمد هيلبرت ذلك بالفعل، وداعا للبحث الفيزيائي في العام الأخير من الحرب. ثم بدأ بإلقاء محاضرات عامة حول الموضوع للجمهور. وتكون هذه دائمًا علامة على تضاؤل الاهتمام من جانب المحاضر، على الرغم من أن فليكس كلاين وهيرمان فايل وإيمي نوتر حاولوا بنجاح كبير دفع نظرية النسبية إلى مستوى أعلى. عقدت سلسلة من عشر محاضرات في بوخارست في مارس 1918. كان زميل لهيلبرت من جوتنجن، نشر سابقًا أبحاثه هناك، أستاذ التاريخ الاقتصادي والاستعماري، لديه فكرة رائعة تتمثل في تقديم شيء ينقذ الجنود بين معركتين. أراد أن «يخرجهم تمامًا من المعايشة اليومية لأجواء الحرب»، وما يمكن أن يكون أكثر وضوحًا من دعوة عالم رياضيات شهير لإلقاء سلسلة من المحاضرات حول المكان والزمان. ربما اتبع هيلبرت الاقتراح بدافع المغامرة، لأنه لم يتخل عن سلميته، كما أظهرت مراسلاته مع أينشتاين. لكن من كان بإمكانه مقاومة فكرة عقد سلسلة من المحاضرات حول أحدث معارف نظرية النسبية في القسم الأمامي الأبعد في نهاية الحرب التي أصبحت الهزيمة فيها واضحة بالفعل؟ على أي حال، تلاشت كلماته مع رعد المدافع في منطقة والاكي. انظر: هيلبرت، المكان والزمان؛ تحرير: تيلمان زوير وأولريش ماير. وانظر أيضًا: محاضرات دافيد هيلبرت حول أسس الفيزياء 1915 - 1927، برلين (شبرينجر) 2009، صفحة 347 وما يليها.

الرياضيات البحتة في أسلوبها هي صياغة شعرية للأفكار المنطقية. نبحث عن أكثر الأفكار عمومية للعمل، والتي تجمع في شكل بسيط ومنطقي وموحد أكبر دائرة ممكنة من العلاقات الأساسية. في هذا الجهد نحو الجمال المنطقي، يتم اكتشاف الصيغ الروحية اللازمة لاختراق قوانين الطبيعة بشكل أعمق.

ألبرت أينشتاين، في نعي إيمي نوتر[122].

هذا ليس مَسْبَحًا

في صيف عام 1933، كانت تجلس مجموعة من الشباب في عُليَّة ضيقة بالمدينة القديمة جوتنجن، يشاركون في مناظرة إيمي نوتر عالمة الرياضيات. كانت محاضرتها تعد ضمن أعظم المحاضرات التي يمكن سماعها في هذا الوقت في أي حلقة دراسية عن الأهمية العقلية. وكان الحضور مزيجًا متنوعًا من العلماء الأجانب المستضافين، والمساعدين، وطلاب الدكتوراة، يرتدي أحدهم على الأقل الزي البني الخاص بميلشيات العاصفة النازية، علامة العصر. لكن رغم أن إيمي نوتر كانت يهودية واشتراكية، فلم يُستخدم موضوع الفصل الدراسي -الطرق المبالغة المعقدة في نظرية الأعداد- في النقاشات السياسية. كان طلابها متشابكين فنيًّا، كومة مختلطة متنوعة، والتي سمتها هي نفسها «اتحاد نوتر»، كناية عن «اتحاد أزمة العلم الألماني»، والذي تشكل بعد الحرب العالمية الأولى. محاضرتها السريعة المنطوقة

122- في شكل رسالة إلى المحرر، في: نيويورك تايمز بتاريخ 5 مايو 1935.

من دون تواصل بصري كانت غير واضحة من حيث المحتوى، غابت أنصاف جمل، كانت تنقصها الأفعال، كما كان ينقصها دائمًا تصور جاهز أيضًا، إضافة إلى ذلك فقد صنعت أفكارها (في تراث جوتنجن الجيد) بشكل جزئي فقط، عندما وقفت أمام جمهورها المحدود. لقد تطلب الأمر تدريبًا طويلًا وأقصى مجهود عقلي، حتى تستطيع أن تتابع إيضاحاتها سمعيًّا. تنظيمات هذا الحضور الاستثنائي كانت كمخيمات الكشافة للأصدقاء في أماكن مغلقة. لكن من تواجد في المحاضرة غير المريحة والمعقدة من كل الجوانب، تمت مكافأته بامتياز السماح له بتكوين علم الجبر الحديث[123].

كانت حياة إيمي نوتر حتى هذه اللحظة بسيطة وهادئة. فقد ترأست كيانًا هادئًا متجنبة الازدحام، ونجحت دون أن تلاقي صعوبات. فقد كانت مجتهدة بلا طموح ظاهري، ودودة دون سبب وأبعدت نفسها عن كل شيء، كما يفعل الجميع، مبتعدين عن أي شكل من أشكال الإثارة. بينما كان خيالها الرياضياتي بلا حدود، ونالت أعلى التقديرات العلمية في شكل جوائز ومحاضرات وجلسات عامة. وصل طلابها إلى أهم كراسي الأستاذية، الذي كانت لتصل إليه مع جهود هيلبرت وكلاين، إلا أنها لم تحصل على منصب الأستاذ، وظلت دائمًا «متفوقة». وهكذا عاشت حياة عبقرية، متساهلة وسعيدة، حتى اللحظة التي اقتحمت فيها حقيقة تامة وغريبة حياتها فجأة.

على الرغم من ذلك، كانت امرأة قليلة الظهور، لم تُعيّنها الدولة أبدًا، وانتمت إلى أول ستة علماء من جوتنجن، الذين طُبق عليهم «قانون

123- "لم يكن لديها موهبة تعليمية، والجهد الكبير الذي بذلته للتعبير عن تصريحاتها، حتى قبل انتهائها من إضافات سريعة، كان له تأثير معاكس. ومع ذلك: ما مدى فظاعة تأثير محاضرتك بعد كل ما حدث! كان على حشد المستمعين الصغير المخلص أن يعمل بجد لمواكبة ذلك. لكن إن نجحوا، فقد تعلموا أكثر بكثير مما تعلموه من الكلية التي لا تشوبها شائبة». نعي بارتل ليندرتفان دير فردن لإيمي نوتر. في: حوليات الرياضيات، المجلد المئة وأحد عشر (1935)، صفحة 474.

استعادة الخدمة المدنية» في أبريل 1933. والحقيقة أنها لم تكن تهتم بأصلها اليهودي أو بكونها امرأة أو حتى بالسياسة، لكن تلك الأوضاع الثلاثة جعلتها هدفًا رئيسًا واضحًا لدى نظام الحكم الجديد.

سبّب إعفاؤها من المنصب موجة لافتة من الاحتجاج. هيلموت هاسه، أحد زملاء إيمي نوتر الأعزاء، والذي اتفق مع الاشتراكيين في جوتنجن، جمع توصيات من جميع العالم، ليقدم دليلًا على جودة عملها العلمية الفريدة، كما لو كانت قد أُوقفت لأنها قد أخطأت في الحساب. كتب هارالد بور من كوبنهاجن، وجودفري هارولد هاردي من كامبريدج، وكينزرو سودا من أوساكا، وبنيامينو سيجري من بولونيا وهكذا[124]. حتى طلاب إيمي نوتر، بقدر ما كانوا بعيدًا عن الاشتراكية، فقد استعملوا الطريقة المعتادة حينها والتي أصبحت ساذجة جدًّا بالنسبة لنا اليوم، فكتبوا في شكل عريضة: «بقدر ما نرحب جدًّا بالثورة الوطنية بكل تداعياتها، بقدر ما نأسف بشدة على منح الأستاذة نوتر إجازة إجبارية [...]. إنها ليست مصادفة، أن يكون جميع طلابها آريين، فيوجد مبرر في مفهوم إدراكها للرياضيات، يناسب التفكير الآري الأخص. والأمر لا يدور حول هدم النظريات الفردية والنتائج، بل حول المعرفة وفهم الجملة، وهذا ما قد نجحت فيه إيمي نوتر بسبب النظرية التي طورتها في السنوات الأخيرة بشكل تصوري من حيث المحتوى. [...] رغم آرائنا السياسية المختلفة فإن العلاقات الشخصية معها لم تتعكر بأي طريقة مما نتج عنه، أنها لم تمارس أبدًا أي تأثيرات سياسية على تلاميذها[125]». لكن هذا لم يساعد بطبيعة الحال في شيء وعقدت مناظرة إيمي نوتر في

124- انظر مشتيلد كروبير، وإيمي نوتر، مدرسة نوتر والجبر الحديث، برلين (شبرينجر) 2015، صفحة 58.

125- مقتبس من مشتيلد كروبير، وإيمي نوتر، مدرسة نوتر والجبر الحديث، برلين (شبرينجر) 2015، صفحة 59. كما وقع هذه الدعوة أيضا إنجليز مثل دوجلاس ديري وهارولد دافنبورت وصينيون مثل تشيونغتشي تسن ووي ليانغ تشاو.

ربيع 1933 كفعالية خاصة في غرفتها المتواضعة، والتي سميت سريعًا بـ«سطح نوتر».

تحملت هذا الوضع بهدوء. إذ لم تكن قد اعتادت على المال والألقاب وبالتالي لم يؤلمها الإيقاف، حتى وإن كان مُتعمدًا. هيرمان فايل، مساعد هيلبرت لسنوات عديدة وخليفته في منصب أستاذ الجامعة في جوتنجن، ذكر أبرز كفاءاتها: «قلبها لا يعرف الخبث؛ ولا كانت تؤمن بالشر، وفي الواقع لم يخطر على بالها أبدًا أن تلعب دورًا بين البشر. لم يكن هذا واضحًا أبدًا بالنسبة لي في فصل الصيف الصاخب الأخير، الذي أمضيناه معًا في عام 1933 في جوتنجن[126]».

بالفعل لم تعرف الشر أبدًا، عندما جلس أمامها في زيه البني وصليب معقوف كبير على عضده وأنصت إلى منطقها. وأنها بأي حال لم تشغل مكانة لائقة بها، ولم تهتم بأي حقد، وكانت تشعر بأن حالتها لم تكن خاصة، فقد تلقت عروضًا في صيف 1933 من أكسفورد وبرين ماور (كلية نسائية بجانب برينستون). وهناك يسجل البعض، أنها ربما كانت تبحث عن وظيفة في مؤسسة على الجبر الحديث.

لفتت وظيفة إيمي نوتر الاستثنائية النظر لأول مرة في صيف 1915 إلى ذلك الوقت الذي وضع فيه هيلبرت وأينشتاين نظرية النسبية العامة على طريقها الرياضي. وقد جاءت إلى جوتنجن بناءً على دعوة كلاين (صديق والدها)، آنسة بسيطة، لبقة قليلًا، شهباء نوعًا ما، ممتلئة قليلًا وترتدي نظارة مهنية سميكة، لكنها فرحة بشكل عام، صاخبة، كما عُرف من عملها في الحصول على الدكتوراة، عنيدة بشكل هائل. لم

126- هيرمان فايل، وإيمي نوتر. خطاب تذكاري في كلية برين ماور، 26 أبريل 1935. في: أوجست ديك، إيمي نوتر 1882 - 1935 (ملاحق لعناصر مجلة الرياضيات، الملحق 13 - 1970)، صفحات 53 - 72، هنا: صفحة 72.

يكن يُسمح للسيدات في هذا الوقت إلا بالقليل من الدراسة، ناهيك عن التدريس. وكن يُعتبرن غير متفهمات ليس لديهن وجهة نظر أو أنهن مجرد تسلية لزملائهم الذكور في الدراسة. وفي الرياضيات -لعلها كانت ظاهرة نادرة عن بقية المجالات- رغم أنها كانت متواجدة هناك دائمًا أيضًا. ولعدد من الأسباب، التي كانت واضحة آنذاك، لكنها غير مفهومة اليوم، لم يسِر تطور نوتر بشكل مستقيم مثل زملائها الذكور.

ولدت في عام 1882 كابنة لأستاذ جامعي متخصص في الرياضيات، الميسور الحال في إرلانجن، المدينة الفرنسية الصغيرة، وقد قررت مبكرًا، أنها لا تريد تحقيق أي شيء آخر سوى ما وصل إليه إخوتها، الذين كانوا رياضيين موهوبين بالمثل. في ذلك الوقت، لم يحمِها هذا -عندما درس زملاؤها فيما بعد منهج هيلبرت- من إرسالها إلى مدرسة البنات العليا، حيث تأهلت لتصبح معلمة للغة الفرنسية والإنجليزية فضلًا عن أنها تدربت على إدارة التدبير المنزلي. وكيف أنها امتكلت المهارات المنزلية، لم يرَ ذلك أحد، لكن على الأقل كانت قادرة على إدارة منزلها طيلة حياتها (بينما كان لدى زملائها الأساتذة موظفون لذلك). وبحجة التدريب فقد استطاعت في ذلك الوقت أن تدرس كضيفة مستمعة لكن ليس لها الحق في اجتياز الامتحان في جامعة إرلانجن، كإحدى اثنتين من بين 984 طالبًا.

كان باول جوردان زميل والدها، متخصصًا في الثوابت، وعنه قد أخذ هيلبرت الشاب ذلك الموضوع عبر تقديم أول برهان كبير له. لم يكن جوردن مثل أي شخص آخر، كان قادرًا على إجراء عمليات حسابية بطول الصفحة والنظر إلى المعادلات الضخمة بسهولة. تعلمت نوتر لديه الحساب أيضًا، وأشرف على رسالتها لنيل درجة الدكتوراة، معادلات غير مفهومة إلى حد كبير، حتى هي نفسها وصفتها فيما بعد

بـ«الروث»، هي وبقية أعمالها في ذلك الوقت.

كانت تلك هي مقوماتها، عندما دُعيت إلى جوتنجن في الفصل الدراسي الصيفي لعام 1915، في وقت كان فيه العديد من الرياضيين قد قضوا بالفعل أفضل أيامهم، كي تساعد في إلقاء المحاضرات كبديل لأعضاء هيئة التدريس المتخصصين الذين ذهبوا إلى الحرب. جعلها هيلبرت موظفة مقربة وبدأ في الحال العمل معها على أبحاثها لنيل درجة الأستاذية، لأنه لم يكن مناسبًا وفقًا لمنظوره الحياتي أن يكون هناك شخص موهوب مثلها ولا ينال لقب أستاذ جامعي. والقول بأن هذه الزينة لم تكن مخصصة للنساء، بدا له غير منطقي على الإطلاق؛ لماذا يتعين على العلم التنازل عن الإثراء الواضح بسبب شيء تافه؟ في صراع طويل من التقارير والتصاريح والمذكرات بين الوزارة والكلية ورئاسة الجامعة كما خضع أخيرًا لعلماء فقه اللغة (الذين ارتبط بهم علماء الرياضة في نفس الكلية) وخضع للرجال في برلين، الذين لم يستطيعوا تصور كيف تستطيع امرأة بجانب واجباتها المنزلية أن تصبح أستاذة جامعة أيضًا؟ والذين يخشون وقوع رجال التدريس الجامعي في حيرة بسبب وجود السيدات، أن مزاولة التدريس المنتظم لن يكون ممكنًا وسيعد هذا بمثابة طعنة خنجر، عندما يعود الجنود الشبان من الحرب ويجدون أن السيدات يتولين المناصب، التي كانت لتكون من نصيبهم إن كانت الأوضاع عادية! في مواجهة هذا التعصب خضع هيلبرت لشيء لم يفض منه؛ لقد وقع خلاف بين النخب، الذين اقترح عليهم في الجلسة الحاسمة مغادرة المكان، لأنهم لن يستطيعوا مناقشته علميًا في الأساس: «أيها السادة، إن الكلية ليست مَسْبَحًا!»، صاح من انفعاله في الزملاء متبلدي الذهن، على أمل أن يدركوا الفارق[127]. وكنتيجة لهذا

127- كوردولا تولمين، إيمي نوتر 1882 - 1935 في كتاب جوتنجن السنوي 38 (1990)، صفحة 174 وما يليها.

فقد أعلن هيلبرت عن استضافة دورات تعليمية، والتي ورد فيها اسمه في سجل المحاضرات، لكن من ألقاها بالفعل كانت إيمي نوتر. وقد رضخ لقرار الهيئة من دون أن يقبله.

كانت صياغة نظرية النسبية العامة هي الموضوع السائد في حانات المدينة الرياضية في أواخر صيف 1915. حيث لا تزال معادلات المجال غير مكتملة بعد، لكن زيارة أينشتاين قد شاعت، وكذلك نتائج مراسلاته العابرة مع هيلبرت، وعلم الجميع أن شيئًا مهمًّا قد حدث، وأنه يدور حول المعادلات الهامة. كتبت نوتر في هذا الصيف: «بالطبع نحن لا نفهم بماذا سيخدمنا هذا[128]». حتى بعد تحديد الصيغ، ظلت الكثير من الأسئلة مفتوحة. كان علماء الطبيعة لديهم نفس الحافز مثل رجال الدين؛ عندما يتفقون على صيغة واحدة، ويبدؤون في الجدال حول معناها.

تأتي النظريات والأفكار غير مكتملة إلى العالم كالأطفال، يجب تغذيتها ورعايتها لبضع سنوات، قبل أن تتمكن -مستقلة عن روادها- أن تكون بمفردها. وفي حالة نظرية النسبية العامة لم يكن الأمر مختلفًا. وبالنسبة للرياضيين فقد انفتح مجال كبير هنا، علمًا بأنهم كانوا يراسلون المُعلم في برلين باستمرار، حتى لا يبتعدوا عن الطريق. فبجانب دافيد هيلبرت وفيلكس كلاين كان الجيل الأصغر لا سيما هيرمان فايل وإيمي نوتر، الذين كانوا يهتمون بالرياضيات التابعة لنظرية النسبية العامة.

سرعان ما تم اعتبار نوتر هي السلطة الحاسمة في هذه الكوكبة، عندما تعلق الأمر بقانون بقاء الطاقة (الذي يعبر عن واقع التجربة، بأن إجمالي الطاقة في نظام ما متكامل لا يتغير)، وأن هيلبرت وأينشتاين لم

128- مقتبس من أوجست ديك، وإيمي نوتر 1882 - 1935 (ملاحق عناصر الرياضيات المكتوبة حاليًا، الملحق 13 - 1970)، صفحة 14.

يخسرا شيئًا باللجوء إليها طلبًا للمشورة[129]. وقد أحضرت معها شيئًا مميزًا في هذا الموقف، لأنها تعلمت من مشرف الدكتوراة الخاص بها، أن تتعامل بطريقة مريحة سواء مع الثوابت أو مع المعادلات العنيدة المربكة. كان هيلبرت شخصيًّا يتجنب دائمًا الدخول في حسابات طويلة، وبهذا أصبحت إيمي في الوظيفة المناسبة في الوقت المناسب.

هذه المرأة غير العادية لم تكن لتصبح ذات أهمية أبدًا، إن ظلت واقفة عند أينشتاين وهيلبرت ولم تتخذ أي خطوة قوية. وقد نجحت عام 1918 في أن تصوغ نظرية غاية في البساطة والعمق في الوقت نفسه، لدرجة أنه يُمكن اعتبارها الأجمل في الفيزياء الرياضية. وهي تشير إلى النقطة التي تتحد فيها الرياضيات والفيزياء في ناحية مؤكدة.

ولرؤية هذه النقطة (أو ربما لتخمينها فقط)، علينا أن نتوجه مرة أخرى إلى سرداب الرياضيات هذا، والذي تعرفنا عليه بالفعل في برنامج إرلانجن لفليكس كلاين، حيث يترابط فيه علم الهندسة ونظرية المجموعات. في هذا النظام الجذري لنظرية المجموعات لا توجد تبديلات فحسب، بل تماثلات أيضًا. هذا ما تأملته عيون واضعي نظريات المجموعات، قد ظهر في كل مكان في الطبيعة. نُدف الثلج، والكثبان الرملية، والأمواج، والسحب، والمجرات الحلزونية، جميعها لها بنية معينة تمكننا من تصور جزء من الشيء وفقًا للجزء الآخر، أو إجراء تحول، دون تغير الصورة الكاملة. وحيثما تكون هذه التحولات ممكنة للحفاظ على البنية، سواء كانت نقاطًا أو مدارات أو جزءًا من الكون، فيمكن لعلماء الرياضيات أن يتحدثوا عن التماثلات التي تكمن وراءها

129- حاشية للمتقدمين: كانت إحدى المسائل الرئيسة المفتوحة هي العلاقة بين التغاير العام والحفاظ على زخم الطاقة. انظر رسالة هيلبرت إلى أينشتاين بتاريخ 27 مايو 1916 وإجابته بعد ذلك بثلاثة أيام. مقدمة الأوراق العلمية المجمعة لألبرت أينشتاين، المجلد الثامن، سنوات برلين: مراسلات، 1914 - 1918، حررها: روبرت شولمان، آن جاكوب كوكس، ميشيل يانسن، جوزيف إيلي، (منشورات جامعة برينستون) 1998.

المجموعات دائمًا في النهاية. إن تعميم وتجريد مصطلح التماثل الجميل والغني، حتى تظهر الصيغة الشكلية للمجموعة، يبدو كأنه تبادل سيئ. لكن الشيء الرائع في هذه الحالة، كما هي الحال في كثير من الأحيان في الرياضيات، هو حقيقة أن إضفاء طابع الصيغ يكون مصحوبًا بمكاسب في الذهن والمعنى.

وكما أن الهندسة في نظرية النسبية هي بداية كل شيء، فإن مصطلح التماثل في الطريق لنظرية الأعداد، يلعب دورًا محوريًّا بفيزياء نظرية نوتر في شكلها البريء. تماثل مستمر في نظام فيزيائي ينتمي إلى كمية محفوظة. ولفهم هذا، نتذكر درس الفيزياء في المدرسة، والذي كانت تظهر فيه دائمًا وأبدًا مصطلحات غير مفهومة مثل «الحفاظ على الطاقة» أو «الحفاظ على كمية الحركة». وهذه تؤدي إلى نقطة، ما صِيغ في نظريات الحفظ المختلفة، وهي أن بعض الكميات المعينة لا تتغير في بعض العمليات الفيزيائية. وهكذا، كما ذُكر في السابق، نظرية الحفاظ على الطاقة، أن الطاقة في نظام متكامل لا تفنى ولا تستحدث من العدم (لا يوجد أي كلام في قوانين نيوتن عن هذا)، لكن توجد أسئلة مطروحة لا سيما في نظرية الكم، دون توقع أن هذه القوانين تصعب فقط على العقل الإجابة عليها. استعمال قوانين البقاء عملي للغاية، وهي تعد من أكبر التبسيطات في الفيزياء. نظرية إيمي نوتر الشهيرة لم تفعل شيئًا مختلفًا سوى توضيح من أين تأتي نظريات البقاء تلك.

ماذا نتصور من نظرية نوتر؟ على سبيل المثال يمكن الحصول على الدافع من تماثل الحركة الانتقالية. وكذلك عندما يزحزح الله الكون من الشمال إلى اليمين، خلاف ذلك يبقى كل شيء متكافئًا، ونحن السكان لا نستطيع أن نلاحظ الفرق، إذًا فإن السبب يكمن في بقاء الحافز، الذي يدور حول الإزاحة التماثلية. وعلى العكس؛ عندما تكتشف بأن الباعث

سيظل محفوظًا، فهذا يتضمن تماثل الحركة الانتقالية[130]. أو تفكر في كوكب وقمره الذي يتبعه، أي منهما يتحرك في مسار محدد حول الآخر. طالما أن القمر يتحرك في مسافة ثابتة، تبقى طاقته (وتمامًا طاقة الجاذبية الأرضية المحتملة) هي نفسها ويبقى النظام في المدلول يدور بشكل متماثل. عزم القوة هذا يحفظه التماثل الدوراني. والتماثل الدوراني وعزم القوة يشملان بعضهما بعضًا. أو مثال آخر؛ فإن نظر المرء إلى جسيم أو نظام ما، أي منهم سوف يظل عبر الزمن (إنه تماثل زمني كذلك، إذا جاز التعبير)، فالسبب في ذلك، أن طاقة النظام ظلت محفوظة، وقانون بقاء الطاقة يتبع أيضًا تجانس الزمن. وكل هذا لا يعني أن التحويلات التماثلية للحالات الفيزيائية لا تتغير، بل ببساطة هي فقط إن لاحظ المرء، أن الحالات تخضع لتحويلات تماثلية لقوانين الطبيعة نفسها مثل الحالات القديمة.

ندرك فجأة من أين جاء هذا العدد من نظريات البقاء، التي أثرت بعمق في الفيزياء[131]. وقد أصبحت أفكارًا تماثل طرائق نظرية الأعداد في الفيزياء الحديثة أثناء القرن العشرين مؤثرة بشكل هائل، بالطبع دون مشاركة إيمي نوتر، التي انسحبت سريعًا من الموضوع وكرست نفسها لعلم الجبر الحديث فقط. فبسببها وبسبب نظريتها، أبعدها الفيزيائيون

130- حاشية للمتقدمين: خذ شيئًا أو نظامًا مكونًا من عدة أشياء، مثل تفاحة أو قدح بيرة أو نظام شمسي. يمكنك تدويره، أو عكسه، أو نقله باستمرار، ومعرفة ما إذا كان، إلى حد ما، هو نفس الشيء أو النظام. غالبًا ما ينظر الفيزيائيون هكذا إلى طاقة النظام، لذلك سألت نوتر ما إذا كانت الطاقة الإجمالية تبقى كما هي في ظل التحول. على سبيل المثال، في الفضاء الخالي لا تهم طاقة الجسيم سواء كان أبعد قليلًا إلى اليسار أو إلى اليمين (يقاس بأي شيء). (هذا لا ينطبق إذا كان الكوكب قريبًا من الجسيم. كلما كان أقرب، زادت طاقة الجاذبية المحتملة. وإذا تغيرت الطاقة، فلا توجد حالة تماثل). لذلك هناك حالة تناظر انتقالي.

131- ينتمي قانون الحفظ إلى كل تناظر، لكن العكس ليس صحيحًا. على سبيل المثال، لا يُعرف حتى الآن أي تناظر ينتمي إلى قانون حفظ الشحنة.

بوضوح لمدة طويلة[132]. وقد استمر الأمر حتى عام 1950، حين أصبحت الأهمية العلمية لنظرية نوتر واضحة للفيريائيين. وخصوصًا آلية الكمية التالية التي اتخذت طريقًا مختلفًا تمامًا (أيضًا في جوتنجن، في الصدد المكاني المباشر لإيمي نوتر) والتي تم استنباطها بشكل أكثر دقة، إن ضُمت إلى التأملات التماثلية. فإن فهم الفيزيائي للتماثلات ومعادلاتها، يجعله بسهولة أن يتنبأ بجسامة أكبر. فوجود بوزون هيجز الذي تمت الإشارة إليه لأول مرة عام 2012 في ظل اهتمام رسمي كبير، كان مطلوبًا في 1964 بسبب التأملات التماثلية.

ليس لعلم الجبر الحديث الخاص بنوتر علاقة تذكر بمعادلاتِ شبابها. كانت أشبه بالنحات أو الشاعر أكثر من المهندس، كما وصفها طالبها الأساسي بارتل ليندرتفان دير فردن في نعيه: «المبدأ الذي كان يقود إيمي نوتر دائمًا، يُمكن صياغته على النحو التالي: كل العلاقات بين الأعداد والدوال الرياضية والعمليات تصبح شفافة فقط عندما تصبح قادرة على التعميم ومثمرة فعليًا، عندما تنفصل عن مواضيعها وتعود إلى السياقات المفاهيمية العامة. لم يكن هذا المبدأ نتيجة لخبرتها في جسامة الطرق العلمية، بل مبدأ أساسي بديهي في تفكيرها. لم تستطع قبول أي نظرية أو دليل في عقلها، وأن تستوعبهم حتى وإن لم يكونوا مجردين وبهذا تجعلهم شفافين لعينها العقلية. كانت تستطيع التفكير فقط في المصطلحات وليس المعادلات، وهنا كانت تكمن قوتها. ولذلك قد اضطرت -بسبب طبيعتها الخاصة- إلى إيجاد تلك المفاهيم التي

132- لم يعترف هيلبرت وأينشتاين بإنجازات إيمي نوتر في منشوراتهما، فقط في الرسائل وتقارير الخبراء. أدى هذا إلى تصور تاريخي منحرف إلى حد ما، والأسباب التي يمكن التكهن بها فقط. انظر مشتيلد كروبير، وإيمي نوتر، مدرسة نوتر والجبر الحديث، برلين (شبرينجر) 2015، صفحات 30 - 39. وانظر أيضًا ديفيد رووي، استجابة جوتنجن للنسبية العامة ونظريات إيمي نوتر في: الكون الرمزي، تحرير: جيريمي جراي، أكسفورد (منشورات جامعة أكسفورد) 1999، صفحات 189 - 234.

تصلح كحامل للنظريات الرياضية[133]».

كانت إيمي نوتر تهتم في الأساس بالبنيات، وليس فقط بالمحتويات الملموسة وخصائص الطبيعة الرياضية. تعرض أفكارها العلاقات المجردة، ليس مع «جوهر الأشياء الرياضية» كالأعداد والمعادلات[134]. وبهذا كانت نوتر بالتأكيد في طريقها إلى الجبيرة التي وضعها هيلبرت، ذلك لأن التفكير في البنيات لم يكن في الأساس مختلفًا عن العمل البديهي، مثلما في كتابه الهندسي. وبهذا كان تصورها عن الرياضيات، كما صاغه هيرمان فايل في نعيه لنوتر: «مثال مبالغ وعظيم للتفكير المجرد البديهي في الرياضيات[135]». وقد وضحت طريقة تفكيرها هذه من خلال أحد الأمثلة: «إثبات تكافؤ رقمين يعرضهم أولًا $a \leq b$، ثم $a \geq b$ يكون غير جميل، وبدلًا من ذلك ينبغي توضيح أنهما متماثلان بالفعل، من خلال اكتشاف السبب الداخلي للتكافؤ». هذا الاهتمام بالعلاقات الحقيقة لم يجعلها مفكرة مجردة للغاية، بل أيضًا «شاعرة الأفكار المنطقية»، وفقًا لكلمات أينشتاين. وقد سألت: «ماذا يخبئ المصطلح؟» عندما كان السؤال: «ماذا أفعل بالمصطلح؟». كانت الطريقة البديهية تعني بالنسبة لشاعرة الرياضيات تلك هي الخط الأول، لتنفيذ وترتيب المصطلحات، عندما كانت تريد ضبط النظرة إلى الواقع.

كان هذا النوع هو «الطريقة التصورية من حيث المحتوى»، والذي كان معنيًا بــ«معرفة الجملة»، كما تظاهر طلابها عام 1933 ضد السلطات. وبطبيعة الحال لم تظهر تلك الاعتراضات أي تفاهم ونُفيت إيمي نوتر في نفس العام.

133- نعي بارتل ليندرتفان دير فردن لإيمي نوتر. في: حوليات الرياضيات، المئة وأحد عشر (1935)، صفحة 469.

134- مشتيلد كرويير، وإيمي نوتر، مدرسة نوتر والجبر الحديث، برلين (شبرينجر) 2015، صفحة 109.

135- نعي هيرمان فايل لإيمي نوتر، في: سكريبتا ماثيماتيكا 3 (1935)، صفحة 205.

علماء الرياضيات هم فرنسيون نوعًا ما: إذا تحدثت إليهم، يترجمون الكلام إلى لغتهم، ومن ثم يكون شيئًا مختلفًا تمامًا.

جوته، الأمثال والتأملات.

لعبة محدودة

غالبًا ما يعتبر العلماء أن مجالهم واضح كالسماء الصافية فوق قمم جبال الألب. وعلى الرغم من ذلك عليهم أن يثبتوا أن الرياضيات لا تبدو واضحة هكذا بالنسبة لبقية البشرية كحيوان الخلد في قاع الوادي. والواضح أن الأمر يبدو من السهل فهمه، لكن لماذا بحق الجحيم لا يستطيع جزء معين من البشرية الوصول إلى هذه الحقائق الواضحة كالشمس؟ لماذا يظلون في قاعدة الهرم، في عالم الفرجار، والمساطر، وجداول اللوغاريتم (الآن، الآلة الحاسبة)، ولا يصلون إلى القمة حيث يتباحثون ويكتشفون، كيف يدور الأمر حول الأفكار، والارتباطات، والمعرفة العميقة؟

ما يدل على نفاذ صبر هيلبرت مع الأطفال والفيزيائيين قليلي التدريب كان قوله: «إن كل طفل في شوارع جوتنجن يفهم أكثر من أينشتاين عن الهندسة رباعية الأبعاد[136]». والأكيد أن هذا لم ينتبه إليه في محاضرات مينكوفسكي، وكان يفضل أن تبقى الجماليات وشبكة الأعداد مغلقة

136- طالع: كونستانس ريد، هيلبرت، برلين (شبرينجر) 1970، صفحة 142.

طوال حياته، لكنه لم يجنِ حكمًا شاقًّا. كان أينشتاين ببساطة رجلًا، لديه حدس فيزيائي لكل شيء.

تبين من هذه المقولة مدى المبالغة غير الواقعية بشأن المواهب التربوية لمعلمي الرياضيات في مقاطعة ساكسونيا. عانى من بينهم في المقام الأول ابن هيلبرت الوحيد فرانتس الذي ولد عام 1893. لقد كان طفلًا بطيئًا، غريبًا، وروحه مريضة. لم يكن يفهم جيدًا في المدرسة، ولا حتى في العلوم. كان يخشى ألا يتخطى قدرات أينشتاين في الرياضيات.

لم يفهم الأب سبب الإخفاق الأكاديمي في محاضراته وحلقاته الدراسية كما لم يتساهل مع النتائج المدرسية السيئة لابنه. ويرجع له الفضل في تعامله مع المشكلة، على الأقل لبعض الوقت. ولم يكن ابنه هو صاحب هذا الحل. فقد أمر هيلبرت مساعديه بإرشاد فرانتس في المدرسة. وهكذا حصل الصبي المسكين البطيء على المساعدة في فهم دروسه من بعض أروع علماء الرياضيات والفيزياء في القرن العشرين. لكن تلك لم تكن توليفة سعيدة بالطبع، فمن الممكن أن يكون هذا شيئًا مروعًا لكل الأطراف. وأحدهم هو ريتشارد كورانت، الذي تحدث فيما بعد عن جلسات ما بعد الظهيرة تلك التي كان فرانتس في نهايتها لا يزداد ذكاءً عما سبقها: «لم يكن صبيًّا غير نبيهًا ولا غير موهوب [...] لكنني كنت معجبًا دائمًا بالوضع الذي كان يعمل فيه عقل الصبي كلوح تصويري، يوضع في المادة المُظهرة فينتج عنه شيء جميل للغاية، لكن بعد فترة يوضع عليه ستار؛ وتصبح الصورة ملبدة بالغيوم بشكل متزايد وفي النهاية لا يبقى فيها شيء[137]».

كان دافيد هيلبرت البالغ من العمر خمسين عامًا، في هذا الوقت في

137- طالع: كونستانس ريد، هيلبرت، برلين (شبرينجر) 1970، صفحة 123 وما يليها.

مرحلة صعبة. لقد أظهر خلال عمره سلوكًا مفهومًا، لكنه غير لائق بالطبع مع مكانته. إذ ظل يعتقد أنه جذاب للغاية مع أنه يعلم أن «شعلة ناره» لم تعد مطلوبة في الاحتفالات الراقصة. وعلى أحد أجهزة تشغيل الأسطوانات المُقتنى نحو عام 1910، كان يسمع أحدث الأغنيات الناجحة. وفي المحاضرات كان يأتي دائمًا بياقات مفتوحة. لم تتناسب روح ابنه المضطربة مع العالم ومع الصورة الذاتية لرجل يقف ضمن أفضل نخبة.

إن إنتاج رياضيات عليا، جديدة، أو حتى أصلية هو عمل فردي، لا يمكن لأي حفل راقص أن يخفيه. وبالتأكيد، كما في حالة هيلبرت، توجد صداقات مع رياضيين ممن لهم نفس الرأي والفكر، لكن هذا هو الاستثناء من القاعدة. فالدراما والإنجازات، والفشل واليأس لعالم رياضيات ظلوا مجردين في بيئته تقريبًا، غير مفهومين، وغريبين على محيطه. وعلماء الرياضيات المبدعون يعيشون أغلب الأحيان في عالم متواز، لا يستطيع أحد من عائلتهم ولا أصدقاء طفولتهم ولا شبابهم، ولا حتى عامة الناس أن يتبعهم فيه. ويبقون على اتصال ببيئتهم المحيطة، إن أصبحت الرياضيات ضمن محتويات الحياة الأساسية، عبر الأعراف والاتفاقيات فقط. وأحيانًا يسري هذا على العلاقات الأسريَّة.

تعلم فرانتس في البداية مهنة البستنة في جوتنجن. وفيما بعد حصل على وظيفة بمتجر كتب في فرانكفورت، لكنه لم يحب العيش بمفرده. وذات يوم عاد إلى جوتنجن بالقطار، لكنه نزل منه مبكرًا جدًّا وسار بمحاذاة قضبان القطار إلى المنزل. وقف مرتبكًا تمامًا في الليل فجأة أمام منزل والديه وأعلن بأقصى درجات الإثارة، أنه سوف يحميهما من الأرواح الشريرة التي تطاردهما. وبحسب رواية ريتشارد كورانت رد دافيد بطريقة غير متفهمة قليلًا: «أنت أيها الصبي الغبي، لا يوجد شيء

هنا، لا توجد أشباح ولا شياطين». حدثت مشادة حادة وصاخبة بين الأب والابن، أصر فيها كل منهما على حقيقته. وعلى هذا كان هيلبرت يضرب دائمًا الطاولة ويصر: «لا توجد أي أشباح»، كما لو كان الأمر يدور حول مسألة في الرياضيات. شخص ما جاءته فكرة إحضار طبيب، ونُقل الابن على الفور إلى مستشفى الأمراض النفسية. وفي طريق العودة من المستشفى في الفجر استعاد دافيد هيلبرت رابطة جأشه وقال بحزن، لكن بشكل محدد إلى كورانت: «من الآن فصاعدًا عليّ أن أعتبر نفسي بلا أبناء[138]».

وكان الأمر له جانب حسن؛ ففي خريف 1914 تم إعفاء فرانتس هيلبرت من الخدمة العسكرية بسبب مرضه العقلي.

انتهت الضجة الكبرى حول نظرية النسبية لدى هيلبرت في مدة أقصاها عام 1917، وعاد إلى أسس الرياضيات من جديد، قلب مبحثه منذ كتاب الهندسة عام 1899. وفي هذا الشأن تحركت بعض الأشياء منذ محاضرة باريس (خاصة عندما قدم إرنست تسرملو 1907/ 1908 في جوتنجن نظامًا بديهيًّا لنظرية المجموعات)، لكن في النهاية لم يكن لدى الرياضيات أي بنية تحتية، تسمو بها عن أي شك. صيغت الطريقة البديهية بوضوح، لكن كان هناك نقص كاف في منطق الصيغ، والذي يمكن أن يحل محل التخمين في أسلوب بوانكاريه. كأن علماء الرياضة كانوا يشعرون، بأنها ليست فقط هي الحل، بل هي مصدر كل المسائل، فقد عملوا منحنى رائعًا وناجحًا حول المنطق منذ قديم الأزل. لم يعد يحقق هذا الوضع شيئًا مع بداية القرن العشرين.

138- يمكن الاطلاع على الموضوع كاملاً في: كونستانس ريد، هيلبرت، برلين (شبرينجر) 1970، صفحة 139.

يمكن تلخيص تاريخ المنطق قبل هيلبرت كالتالي؛ قام أرسطو بتسجيل قواعد استنتاجات الحجج السارية وتنظيمها، كقواعد عمل التفكير. كان الأمر بمثابة مصير فيلسوف ومُعلم عالمي فكر بعمق في كل شيء، وكان لديه ما يقوله في كل شيء، باستثناء أمر واحد كبير، هو الرياضيات. بسبب هذا نعثر لديه على القليل، فتم تخصيص منطق الفلسفة بعيدًا عن الرياضيات. وعن طريق ذلك الفصل، ظل هذا التفريق نحو 2000 عام. والسمة الوحيدة البارزة في هذه الفترة كانت محاولات لايبنيتس في التشفير (حديثًا؛ الترميز)، لترجمة أنظمة المفاهيم المتنوعة بعضها بداخل بعض. وبغض النظر عن الشائعة الصغيرة التي كانت تُشبِّه علم المنطق في عصر أرسطو بالبركان، فقد ظل خامدًا لفترة طويلة، لدرجة أن أحدًا لم يعد مهتمًّا به. وقد تغير هذا في منتصف القرن التاسع عشر، عندما توصل فجأة جورج بول (1815 - 1864)، وهو شخص مُتعلم ذاتيًّا من مقاطعة أيرلندية، لتأمل المنطق من الناحية الرياضية وليس فقط الفلسفية. وقد كانت فكرته عبارة عن إعادة تفسير العمليات الحسابية كالجمع أو الضرب على أنها عمليات منطقية، وبالتالي تتشابك معًا اللغة والرياضيات.

تسلم هذا الخيط جوتلوب فريجه (1848-1925)، الذي رأى أنه حتى المصطلحات الرياضية هي في النهاية مجرد مصطلحات، وينبغي إخضاعها لقوانين المنطق. لهذا يجب أن تستند الرياضيات في النهاية إلى المنطق. وقد طور الحساب اللغوي وأصبح أهم عالم منطق منذ عهد أرسطو، حتى إن لم يلاحظ هذا أبناء جيله (باستثناء برتراند راسل) وقد ضيعوا فرصة إهدائه حتى أقل الاهتمام. كان فريجه أستاذًا فخريًّا في جامعة «يينا»، حيث ألقى محاضراته طيلة حياته لعدد قليل من الطلاب (كان الفيلسوف رودولف كارناب هو طالبه الوحيد الجدير بالاعتبار). وقد طوَّر فكرته الرائعة في كتابة مصطلح ما، يُمَكِّن -على الأقل مبدئيًّا-

من فهم صياغة كل النتائج الرياضية. أراد فريجه أن يوضح بهذا أن علم الحساب مشتق من المنطق وأن له مبررًا.

ما هو هذا المبرر وكيف يعمل؟ هذا ما نراه بشكل أفضل من خلال هذا المثال[139]. دعونا نرى معًا هذه الجملة بعيون فريجه:

«كل الأحصنة ثدييات»

أي عناصر أساسية نجدها في هذه الجملة؟ سنعيد تشكيل الجملة دون ضياع للمعنى كالتالي: «إن كان X حصانًا، فإن X حيوان ثديي»، أو عندما نريد تحليل جملة أخرى مثل: «بعض الأحصنة أصيلة»، فنستطيع أيضًا أن نقول: «إن X حصان وX حصان أصيل»، على الجمل الأولى أن تكون صحيحة في كل الأحوال، وأيضًا بالنسبة لكل الـ X. يمكن اختصار كل الـ X في رمز ∀X (حيث ∀ يدعى الكمي العالمي). والجملة الثانية تسري فقط على بعض الـ X، ويجب أن تقال فقط، إنه يوجد X عمومًا. وهذا الـ X يتم اختصاره في الرمز ∃X (حيث ∃ تسمى الوجود الكمي). لذلك يتم كتابة الجملتين مثل:

(∀X) (إن كان X حصانًا، فإن X حيوان ثديي)

(∃x) (x حصان، وX حيوان أصيل)

يمكننا الآن تقديم رموز لاختصار الشيء. والاستنتاج المنطقي، عندما... إذا... نرمز إليه بالسهم "⇒". ويمكن كتابتها كخطاف "∧". وبذلك يمكن اختصار الجمل إلى:

139- الأمثلة التالية مأخوذة من مارتن ديفيس، الكمبيوتر العالمي، بوكا راتون (دبليو دبليو نورتون) 2011، صفحات 42 - 45.

$(\forall x)$ (حصان x ⇐ x حيوان ثديي)

$(\exists x)$ (حصان x ∧ x حيوان أصيل)

وعندما نرمز إلى سمة «وجود الحصان» بـ $P(x)$ ونختصر بقية السمات المماثلة، ينتج:

$$(\forall x)(P(x) \Rightarrow S(x))$$

$$(\exists x)(P(x) \wedge V(x))$$

بمجرد التصالح مع الفكرة، سوف ندرك سريعًا، أن هذا المصطلح يمكن أن يثير الإعجاب بشكل رائع.

وفي الواقع فحتى عبارة مثيرة مثل «كلُّ مُحِبٍّ عَاشِقٌ» يُمكن كتابتها مصطلحيًّا كالآتي:

$$(\forall x)\ (\forall y)$$

y هو العاشق $\Rightarrow L(x,y)$

حيث x هي المحب، و $\forall$ هي لـ«كل»، وy تُعني عاشق، $L(x,y)$ هي التعبير المطلق عن علاقة الحب، لكن وجود العاشق y بمفرده هكذا يعني مجرد «أي شخص نحبه». لذلك نستبدل «y العاشق» بالصيغة $(\exists z)L(y,z)$ لتكون أكثر خصوصية، فتصبح:

$$(\forall x)\ (\forall y)((\exists z)L(y,z) \Rightarrow L(x,y))$$

وبذا يكون فريجه قد طوَّر معادلة الحساب، والتي يمكن من خلالها جعل الاستنتاجات الرياضية المنطقية في تسلسل بسيط من الرموز. ولهذا فقد صار هو الجد الأكبر لعصر الكمبيوتر. ذلك لأنه طوَّر لغة صناعية، مكّنته قواعدها من إتمامها بشكل ميكانيكي بحت. لكن الأمر استغرق جيلين، حتى ظهرت أولى لغات البرمجة. بالنسبة لهيلبرت

كانت كتابة المصطلح هي نوع من الصياغة، يمكن من خلالها صياغة كل الاشتقاقات الرياضية بشكل لا لبس فيه ودراسة كل نظرية رياضية على هذا الأساس، وما إذا كانت تتبع فعلًا البديهيات. هيأت الميكانيكا الطريقة البديهية، والربط المنطقي بين المبدأ والنتيجة.

كان المصطلح الكتابي هو نقطة التقاطع بين كلا الاتجاهين الكبيرين في القرن التاسع عشر، الاتجاه نحو التجريد والسعي إلى تأمين أساسيات الرياضيات. ويمكن القول اليوم: إن دراسات فريجه للتحليلات اللغوية تنتمي إلى أكثر النصوص الفلسفية تأثيرًا في القرن العشرين. ومع ذلك لم يهتم أحد تقريبًا في حياته بأعماله. وبناء عليه فقد اكتأب في البداية وبعدها أصبح ألمانيًّا وطنيًّا للغاية. لم يكن يتحدث علنًا في السياسة لكنه ائتمن مذكراته على مرارته وكان يلعن مجموعة كبيرة من الأعداء؛ الديمقراطيين، والليبراليين، والبابا، والفرنسيين وقبل كل شيء اليهود.

بحلول عام 1900 وقعت الرياضيات في أزمة أساسية، ذلك لأنه بعد قرون من العمل الاستطلاعي الناجح القائم على الأساسيات، ظهرت مع تطوير نظرية المجموعات (بشكل قطعي مع جيورج كانتور) تناقضات، وخلافات، وتعارضات ومشاكل، شغلت كل الرياضيين. في البداية بدأ مصطلح «المجموعة» انتسابه بشكل جيد وأعطى الدافع للأمل الجميل، في خلق أسس نظيفة. لكن بالممارسة العملية غضبت المجموعة. لهذا أشار برتراند راسل بحلول 1900، أن مُفارقة الكاذب، التي كان يعمل عليها فلاسفة العصور اليونانية القديمة، كانت لها تأثيرات وخيمة العواقب في كتابة المصطلح عند فريجه. وإن ادعى كريتيّ ما، أن «كل الكريتيين كاذبون»، فإن هذا البيان خاطئ، حتى وإن كان صحيحًا. أو أقرب إلى حد ما من نظرية المجموعات، إن قام مصفف شعر في قرية

ما يقص شعر جميع الناس، الذين لا يقصون شعرهم بمفردهم، فهو إذًا ينتمي إلى مجموعة الناس الذين يقص لهم الشعر ولا ينتمون إليه. هذا النوع من التناقض يمكن أن يستند إلى شكل الصيغ في كتابة العبارة. وعليه فكان على فريجه أن يدرك، أن فكرته، اشتقاق الرياضيات من المنطق، لم يتم تنفيذها كما كان مخططًا لها؛ مثل هذا الشيء لم يدع عالم الرياضيات يستريح، حتى يتضح الأمر. لأنه بعد كل شيء يمكن اعتبار أي علم (وبالتالي النظرة العالمية للأوروبيين التقدميين منذ عصر النهضة) موضعًا للتساؤل، إن لم تكن الرياضيات غير مشكوك فيها من الأساس.

أول محاولة على نطاق واسع، لتوضيح أسس الرياضيات، نُفِّذت في كامبريدج من قبل برتراند راسل وألفريد نورث وايتهيد، والتي ظهرت بحلول عام 1910 في عمل مكون من ثلاثة مجلدات حول أسس ومبادئ الرياضيات بعنوان: «برينسيبا ماتماتيكا». وبناء على أفكار بول وفريجه حاول كلا البريطانيين استنتاج الرياضيات من المنطق (لذلك سُمي موقفهما باللوجينوموس) وتوريث شفافيتها ووضوحها[140]. اتخذ هيلبرت هذا المنهج بجدية تامة (على الرغم من أن الكُتّاب كانوا فلاسفة وكان كتابهما يبلغ نحو 2000 صفحة) وقد جعل أحد طلاب الدكتوراة يكتب رسالته عنه[141]. وعلى هذا الأساس فقد ألقى محاضرة في 11 سبتمبر 1917، في نهاية عطلته الصيفية، أمام جمعية الرياضيات السويسرية في زيورخ، لم يشكُ فيها فقط من حماقة الحرب (كان يُسمح بذلك في سويسرا المحايدة)، ولكن أيضًا معبرًا عن قناعته:

140- حاشية للمتقدمين: كان هدف راسل الفلسفي استخدام المنطق لخلق الصلة بين الرياضيات والواقع. كان المنطق حول شكل وبنية الواقع (ممثلًا باللغة)، وعندما أصبحت الرياضيات جزءًا من المنطق، أصبحت جملها ذات معنى ومغزى. فالرياضيات، كما المنطق المستمر، ورثت علاقتها بالواقع.

141- هاينريش بيمان، تناقض العدد اللانهاني وحله بنظرية راسل ووايتهيد 5 يونيو 1918.

«مع انتهاء مشروع راسل السخي عن بديهية المنطق، يمكننا النظر إلى تتويج عمل البديهية عامة». بعض التفاصيل، حسب هيلبرت، لا تزال مفتوحة، خصوصًا: «مسألة إمكانية الحل المبدئية لكل معضلة رياضية [...]، مسألة العلاقة بين المحتوى والصياغة في الرياضيات والمنطق، وأخيرًا مسألة قابلية القرار للسؤال الرياضي عبر عدد محدود من العمليات[142]».

لسوء الحظ فقد اتضح أن نموذج كتاب البرينسيبا ماتماتيكا غير ملائم. ولتجنب التناقض الكاذب، يجب إضافة توقعات جديدة واستبعاد الاستنتاجات الأخرى. وبذلك أصبح التركيب بأكمله مجردًا وتعسفيًّا، لدرجة أنه فقد مصداقيته. والرياضيات هنا، كما لخصها هيرمان فايل فيما بعد: «لا تعتمد على المنطق فحسب [...]، بل على الأرجح تعتمد على نوع من المنطقية، تحديدًا على عالم ما، يحتوي على هيكل نهائي معقد إلى حد ما وتحكمه مجموعة كاملة من بديهيات الإقصاء الجذرية. الدوافع واضحة، لكن هل يجرؤ شخص ذو عقلية واقعية على القول بأنه يؤمن بهذا العالم المتسامي[143]؟».

تناقض هذا بعمق مع طريقة تفكير هيلبرت، فقد كان يبحث عن المبادئ البسيطة، نقطة البداية البسيطة الشفافة لطريقته البديهية. يمكن للمنطقية أن تكون هي نقطة البداية فقط، حتى وإن كان معجبًا جدًّا بالفلسفة.

بالإضافة إلى المنطق، تشكلت في الربع الأول من القرن العشرين العقيدة الثانية للنهاية أو الحدس. كان الاعتماد على الحدس والتخمين معاونًا مريبًا، آمنوا فقط بما رأوه وفقًا لجوهر نظرية كرونكر. كان

142- دافيد هيلبرت: التفكير البديهي: هيلبرت، جمهرة المقالات، المجلد الثالث، صفحة 153 [الأصل بخط مائل].

143- هيرمان فايل، فلسفة الرياضيات والعلوم الطبيعية، ميونخ (أولدنبورج) 1966، صفحة 298 وما يليها.

مبدع الحدس لويتزن براور، وهو شخص هولندي لديه اهتمام قوي بالفلسفة الغامضة وفن الشعر، متمسكًا منذ صغره بالأنا الوحدوية الرومانسية، الذاتية، التشاؤمية، وقد ألَّف كتابًا عام 1905 خلال فترة راحته من الرياضيات بعنوان: «الحياة والفن والتصوف». كان يفضل العيش بمفرده في كوخ منعزل، في خوف دائم من المرض، والهلاك، والاضطهاد (لكنه وقع ضحية حادث طريق في عام 1966، عن عمر يناهز 85 عامًا[144]). كان هيلبرت بالطبع يهتم فقط بقدرة زملائه الرياضية، وهكذا عرض على براور عام 1919 منصب أستاذ جامعة في جوتنجن وقد رفض ذلك، فجعله محررًا لحوليات الرياضيات، المجلة المتخصصة الأكثر تأثيرًا في ذلك الوقت.

كان الشخص الحدسي يريد أن يرى كل موضوع رياضي كنتيجة للبنية، بعد نموذج الأعداد الطبيعية، التي كانت هي أصل كل شيء في الرياضيات والمبتدع بعدها البقية (1 + 1 = 2، 2 + 1 = 3، 3 + 1= 4، ...) وما لم يكن متعلقًا بهذا، هو خطر أن تصبح لعبة صياغة فارغة. وقد طالب الشخص الحدسي، مثل باقي علماء الرياضيات، أن تصبح كل نظرياتهم (بتعبير هيلبرت) «بيانات حقيقيَّة، وحقائق ذات معنى[145]». وعلى ذلك فقد رفض كثير من الزملاء النهج المريح في كل تصريحاتهم المشتركة، والتي تهدف أيضًا للوصول إلى اللانهائية. كيف يمكن للمرء تخيل مجموعة ما، لا يمكن تعداد عناصرها في عملية محدودة؟ لا نتحدث هنا عن الخصائص فقط، التي يمكن أن تكون غطاءً فارغًا تمامًا! «فقط انظر إلى البناء الناجح، فإن الدليل الإرشادي يُكسب

144- راجع براور، ديرك فان دالين، لويتزن إخبرتوس يان براور طوبولوجي، حدسي، فيلسوف: كيف تتجذر الرياضيات في الحياة، لندن (شبرينجر) 2013.

145- هيرمان فايل، تعليقات المناقشة على محاضرة هيلبرت الثانية حول أسس الرياضيات. في: محاضرات دافيد هيلبرت حول أسس الرياضيات والفيزياء، المجلد الثالث، برلين (شبرينجر) 2013، صفحة 943.

الهدف ادعاءً وجوديًا. وفي كثير من براهين الوجود في الرياضيات، فإن البرهان ليس هو القيمة، بل البنية التي أدت إلى الدليل؛ فمن دونها تصبح الجملة ظلًّا فارغًا[146]».

بلا شك كان على الأشخاص الحدسيين التخلي عن أجزاء كبيرة، وجيدة، وجديرة بالثقة، ومشوقة[147]. ومع ذلك فإن علماء الرياضيات الذين يفكرون بطريقة براجماتية لا يريدون فصل أنفسهم عن ملكيتهم للمبدأ الفلسفي. وقد حدد هيلبرت مهمة إرضاء الحدسيين (كان الاختلاف بينه وبين كرونكر حتى النخاع) ومع ذلك لم يثقل على حياة علماء الرياضيات اليومية كثيرًا.

وقد تمكن من استخلاص شيء ما من المنطقي والحدسي بلا شك، وهكذا شكل طريقة تفكيره الخاصة المعروفة، تحت مسمى «الشكلية»، وهي الطريقة التي لا تعد تصورًا مُخالفًا لما سبق بقدر ما هي استكمال له. في البداية كان الهدف من نموذجه مستندًا إلى ما يفعله بطريقته البديهية. لأن هذا الهدف تطلَّب كثيرًا من الوقت والمساعدين النشطاء، وسرعان ما أضحى معروفًا بـ«برنامج هيلبرت»، لأسس الرياضيات[148]، وبواسطته كان يجب تأسيس نظرية بديهية لكل النظريات الرياضية الموجودة بحيث يكونون محدودين، وكاملين، وغير متناقضين.

146- هيرمان فايل، فلسفة الرياضيات والعلوم الطبيعية، ميونخ (أولدنبورج) 1966، صفحة 72.

147- إن التخلي عن مبدأ الأطراف الثالثة المستبعدة على وجه الخصوص سيكون له عواقب عملية كبيرة، كما يوضح هيلبرت: «عادة ما يكون الاستدلال بمبدأ الثالث المرفوع tertium non datur له جاذبية خاصة بسبب إيجازه المفاجئ ولباقته. أخذ مبدأ الثالث المرفوع هذا من عالم الرياضيات، سيكون بمثابة منع فلكي من استخدام التلسكوب أو ملاكم من استخدام قبضاته». في: محاضرات دافيد هيلبرت حول أسس الرياضيات والفيزياء، المجلد الثالث، برلين (شبرينجر) 2013، صفحة 936.

148- هناك العديد من العروض الجيدة لبرنامج هيلبرت. انظر على سبيل المثال كريستيان تاب، في حدود المتناهي، هايدلبرج (شبرينجر) 2013. برنامج هيلبرت أنذاك والآن بقلم ريتشارد زاك مختصر وقابل للقراءة. في: دليل فلسفة العلوم، المجلد الخامس، صفحات 411 - 447. بالإضافة إلى المقدمات في المجلد الثالث من محاضرات دافيد هيلبرت حول أسس الرياضيات والفيزياء، برلين (شبرينجر) 2013.

بمعنى تقريبي فإن الرياضيات تعمل كالشطرنج في حساب المنطق هذا[149]. كانت المسلمات تتوافق مع مواضع الأشكال في اللوحة، وكانت الصيغ الثابتة مماثلة لكل المواضع الممكنة في إطار قواعد اللعبة الموجودة. اتخذت هذه اللعبة منظورين. يتكون المنظور الداخلي من اللعبة نفسها، من مجموعة من الأجزاء الممكنة. وقد تسلم المنظور الخارجي، أولئك الذين فكروا في اللعبة نفسها، معنى القواعد، المواضع غير الممكنة أو على سبيل المثال الأسئلة، كم عدد السيدات التي تجعل اللعبة ممكنة في مبدأ اللعبة؟ أدت هذه الاعتبارات إلى نظريات، لم تكن جزءًا من اللعبة، لكنها مع ذلك أنتجت تصريحات.

لهذا ابتكر هيلبرت رياضيات «المنظور الخارجي»، والتي تتضمن اتساق واكتمال الرياضيات الفعلية من خلال الطرق المحدودة. لم تعد الرياضيات التقليدية (وفقًا للعبة الشطرنج نفسها) مضطرة للإشارة إلى المحتوى ويمكن صياغتها كما تتطلب الطريقة البديهية، وعندها «تكون إما بديهية أو تنشأ عبر استخدام البديهية أو الصيغة النهائية للبرهان[150]»، يعني هذا أن نظرية ما أصبحت قابلة للإثبات.. ونشأت عبارات جديدة تم تنظيمها على وجه الدقة، من خلال تجديد الاستنتاجات المقبولة من قبل كتلك المطلوبة من المنطقيين. وبذلك أصبح بناء الرياضيات بالكامل لعبة صياغة ميكانيكية، كانت فيها الاستنتاجات والنتائج كلها غير متعلقة بإشارتها لأي حقيقة. ولا يجب أن تكون محتوياتها أعدادًا، بل يمكن أن تكون أيضًا طاولات، أو أرائك، أو علب بيرة[151]. «أصبح الاتساق يُفهم على أنه خاصية اندماجية لنظام

149- يمكن الاطلاع على هذه المقارنة ني جودفري هارولد هاردي، البرهان الرياضي: العقل، المجلد الثامن والثلاثون، رقم 149 يناير 1929، صفحات 1 - 25.

150- دافيد هيلبرت: الأسس المنطقية للرياضيات: هيلبرت، جمهرة المقالات، المجلد الثالث، صفحة 179.

151- في النهاية، كان السؤال، ما إذا كان هناك فرق بين الصيغ والأرقام، وإن كانت تلك تعني شيئًا، وهذه تفعل شيئًا آخر. ما يفعله الرقم، هذا ما يخبرنا به لعبة صيغة الرياضيات. ماذا يعني ذلك؟ تخبرنا به الرياضيات.

الأعداد و(قواعد اللعبة) التي تنطبق عليها[152]». وفي وسط هذا، كان على الرياضيات أن تلبي كل مطالب النهائية (التناهي)، الوضوح من حيث المحتوى، الذي طالب به الحدسيون. يمكن أن يسري أيضًا التأكيد في الرياضيات على الرياضيات التقليدية، التي أصبحت لعبة محدودة من الصيغ بشكل غير مباشر.

ومثلما يجب على الفيزياء النظرية في نهاية حساباتها الأكثر وحشية، أن تقدم نتائج ملموسة ويمكن التحقق منها، لذلك يجب التحقق من الرياضيات دائمًا باختبار الطبيعة، الأعظم من كل الآلات الحاسبة، وأن تخضع «الأقوال الحقيقة مباشرة للتحقق». ويمكن لهيلبرت القول في هذا المفهوم إن: «لعبة الصياغة الخاصة به [...] تتم طبقًا لقواعد محددة، والتي نُعبر فيها عن أسلوب تفكيرنا. هذه القواعد تشكل نظامًا مغلقًا، يمكن اكتشافه والإشارة إليه بشكل قطعي. والفكرة الأساسية لنظرية الإثبات الخاصة بي ليست سوى وصف نشاط عقلنا، لتسجيل بروتوكول حول القواعد، التي يسير بها تفكيرنا بالفعل[153]». دون دوافع خفية فلسفية كبرى، لكنها مستوحاة من فلسفة اللغة لراسل، ينبغي أن يصور تفكيرنا نفسه في لعبة محدودة من الصيغ، والتي في النهاية ستثبت أنها أساس دائم للرياضيات. وعلى هذا الأساس ووفقًا لحلم هيلبرت، يُمكن إنشاء نظام كامل خال من التناقضات وقابل للفصل، حيث يمكن فيه عمل اشتقاق ميكانيكي لجميع الجمل المُصاغة رياضيًا.

152- كورت جودل، الملحق. في: المعرفة، المجلد الثاني (1930)، صفحة 150.

153- هيلبرت، أسس الرياضيات (يوليو 1927)، في: محاضرات دافيد هيلبرت حول أسس الرياضيات والفيزياء، المجلد الثالث، برلين (شبرينجر) 2013، صفحة 935 وما يليها.

استثمر الوقت، فإنه ينفلت بسرعة، لكن النظام يعلمك كسب الوقت. يا صديقي العزيز، أنصحك أولًا بحضور دروس المنطق، ففيها سيتدرب عقلك جيدًا، ويُشَد كالأحذية الإسبانية، بحيث يتسلل بحرص في طريق الفكر المستقيم، وينأى عن الطرق المعوجَّة، كالأضواء السخيفة المتراقصة.

جوته، فاوست -الجزء الأول.



فون نويمان، بولونيا

عندما أُعلن عن نظرية لألعاب الطاولة بالمجتمع الرياضي في جوتنجن في محاضرة يوم 7 ديسمبر 1926، لم يتوقع أحد شيئًا مميزًا، أو أي نتيجة. كان المُحاضر هو يوهان فون نويمان، عالم مجري زائر، وصل حديثًا إلى جوتنجن. وفي الواقع أصبح المستمعون شهودًا على ميلاد نظرية اللعبة، واحدة من أقوى ابتكارات الرياضيات، التي تم استنتاجها من محيط أفكار هيلبرت. كانت الألعاب بالفعل منذ فترة في مرمى بصر الرياضيين منذ أن عمل اثنان من العلماء العظماء؛ إرنست تسرملو، وإيميل بوريل (عالم رياضيات غير نمطية تزوج من الكاتبة كميل ماربو، وترأس معها صالونًا، للتعامل مع المؤسسة الأدبية والعلمية في باريس)، لفهم الألعاب، خصوصًا الشطرنج والبردج، بطريقة رياضية. لكن لم تنشأ أي نظرية مهمة عن هذا العمل. لذا لم يكن الجوتنجيون مستعدين، عندما أُعلن عن نظرية لألعاب الطاولة، لكن الموضوع كان

مستترًا نوعًا ما.

كان مجتمع علماء الرياضيات، الذي اطلع على أبحاث العلماء الأجانب مثل نويمان، هو عنصر الاتصال الأهم بين عالم هيلبرت والبقية. فجماعة المستمعين، التي احتوت بجانب المعلم نفسه على أصحاب الشعر الأبيض مثل كلاين، ولانداو، ورونجه، وكذلك أيضًا العباقرة الشباب مثل فايل ومؤخرًا كورانت وبرنايس، كان عليهم ترك أثر في كل ضيف[154]. لذلك كانت المحاضرات تُفصَّل تحديدًا حسب ميل الحاضرين، لتجنب أي مفاجآت مزعجة، واختيار موضوع مثل نظرية الألعاب هو بمثابة اختبار للشجاعة.

كان نويمان يبلغ من العمر 23 عامًا، أنيق الملبس بشكل لافت للنظر عضو منحة من مؤسسة روكفلر (حيث تقدم لنيل المنحة تحت اسم جولدن ل. نويمان). بدأ محاضرته بشيء من المزاجية مع محاولة إبراز النقاط المشتركة بين ألعاب البريدج، والباكاراه، والروليت، والشطرنج. لم يكن هذا صعبًا، بل أشبه بتمارين الأصابع نوعًا ما، كما كان الأمر مناسبًا لمهرجان رياضيات. ووفقًا لهذا اختتم مقدمته بالإعلان عن نظرية البوكر الرياضية، حيث ينبغي على الخدعة أن تحصل على أساسها العلمي في النهاية.

بالطبع كان الجزء الأوسط من حديثه خاليًا من أي بساطة مازحة. وقد أثبت نويمان ما يسمى اليوم بنظرية مينيماكس (نظرية الحد الأدنى

154- في البداية فقد العديد من المتحدثين أعصابهم في ضوء هذه السلطة المركزية، بسبب الجانبية والشيرة والثقة بالنفس التي تجمعت هناك، وأحيانًا أكثر من ذلك بكثير. كانت هناك بعض القصص المثيرة متداولة؛ قاطع هيلبرت المتحدث بقوله: «أنت لا تفهم شيئًا عن المعادلات التفاضلية». خجل الزميل الأجنبي، وفقد رباطة جأشه وغادر غرفة الندوة على عجل نحو المكتبة المجاورة. عند ذلك، وفقًا لتلك الرواية، وبخ الحاضرون هيلبرت لوقاحته. فرد الأخير فقط بقوله: «لكنه بالفعل لا يعرف شيئًا عن المعادلات التفاضلية. كما ترون، إنه ركض الآن إلى المكتبة لمعرفة ما ينقصه».

أو أصغر الأعاظم[155])، من دون النظر إلى التسهيلات، أو الخطوات الوسيطة، أو علم الجمال، وبذلك خلف وراءه انطباعًا عميقًا بين جمهوره. شعر المرء برغبة نويمان في إثبات نظريته، وهكذا تحول الدليل إلى سباق معقد للقوة، استمرت شائعات خاطئة حتى بعد سنوات، بأنه قد استعمل نظرية النقطة الثابتة لبروير (كانت حديثة في تلك الأيام) أو أنظمة المعادلات الخطية والمتباينات[156]. وقدرة نويمان الهائلة على التفكير المجرد جعلته يجمع بين نظرية المجموعات، والتحليل، وعلم الجبر بلا عناء، بطريقة بدت كأنها منظر طبيعي لمستمعيه.

استطاع يوهان فون نويمان أن يثبت بوضوح، ما أراد، كما لاحظ أحد معاصريه بجلاء[157]. لكن هذه ستكون مشكلة في وقت لاحق، إلا أنه في تلك اللحظة كان يكفي رفع نظرية اللعب -بوصفها فرعًا للمعرفة- من موضعها ليضعها في مكان ما بين الرياضيات والاقتصاد[158]. وقد اتسع مجال استخدام الرياضيات بشدة في السلوكيات الإنسانية. كانت الرياضيات مثلًا موجودة في الاقتصاد منذ فترة طويلة، وقد سبق لهيلبرت نفسه أن جرب علم الطبيعة النفسية الرياضيات الاكتوارية لكنها

155- حاشية للمتقدمين: تنص الجملة على أن محصلة لعب شخصين في مباراة واحدة تساوي صفرًا (أي الألعاب التي يكون فيها فوز أحدهم هو خسارة للآخر، حيث يؤدي تحقيق أقصى قدر من الفوز الخاص بك إلى تقليل فوز الخصم)، يكون لدى كلا اللاعبين استراتيجية مختلطة (يتم تكبير الحد الأدنى للفوز بينهما)، يوجد رصيد يضمن الحد الأدنى للدفع المتوقع. ووجود توازن يعني: «لا يهم أي من اللاعبين هو اختصاصي علم النفس الأكثر دقة، اللعبة غير حساسة لدرجة أن نفس الشيء يحدث دائمًا». (نويمان، نظرية المباريات. في: حوليات الرياضيات، المجلد المئة (1928)، صفحة 304). تفترض الجملة مسبقًا الجهات الفاعلة العقلانية، لذلك فهي ذات أهمية ثانوية في الحياة الحقيقية.

156- تبنى هوف كيلدسن، مفهوم جون فون نيومان لنظرية مينيماكس، رحلة عبر سياقات رياضية مختلفة، في: أرشيف تاريخ العلوم الدقيقة، 56 (2001)، صفحات 39 - 68.

157- روبرت ليونارد، فون نيومان، مورجينسترن وابتكار نظرية اللعب، كامبريدج 2010 (منشورات جامعة كامبريدج)، صفحة 65.

158- أصبح هذا طبيعيًا منذ تلك المحاضرة (حول نظرية ألعاب الطاولة. في: حوليات الرياضيات، المجلد المئة (1928)، الصفحات 295 - 320) لمعرفة بداية نظرية اللعب الحديثة. يقدم نيومان فقط أسسه البديهية في كتاب نظرية الألعاب والسلوك الاقتصادي الذي نشره أوسكار مورجينسترن في عام 1944.

ظلت دائمًا محاولات غير منظمة ولم تجد أبدًا صيغة متماسكة[159]. لذا كانت نظرية اللعب لنويمان حدثًا جديدًا بين محاولات وصف التصرفات الإنسانية بالطرق الرياضية.

كما كانت تجربة نادرة أيضًا في هذا الوقت، أن يكون المرء حاضرًا في عرض نظرية جديدة، وشعور كل الحاضرين بسحر هذه اللحظة الفاتنة. حتى هيلبرت نفسه قيل إنه ظل صامتًا ليعلو سؤاله الوحيد بعد المحاضرة: «لم أرَ في حياتي كلها حُلَّة أنيقة مثل تلك، من هو خياطك بالله عليك[160]؟» بالنسبة لنويمان كانت تلك هي انطلاقته في عوالم الرياضيات المتنوعة، التي في نهايتها، بعدها بثلاثين عامًا، أصبح مسؤولًا عن البرنامج النووي الأمريكي طبقًا لقواعد نظرية اللعب.

إلي جانب كورت جودل وآلان تورينج، كان نويمان هو الموهبة الرياضية الأبرز في جيله، ومن نواحٍ شتى يمكن اعتبار سؤال دافيد هيلبرت أسلوبًا دفاعيًّا. حيث كان فهمه بطيئًا، لم تكن عبقريته تدين في النهاية إلى حاجته الملحة إلى البساطة وسط العلاقات المعقدة بشكل هائل. لم يبد البروسي الشرقي الساذج أي اهتمام بالشكليات (حتى لفتت انتباهه حُلَّة نويمان)، وغالبًا ما كان يتصرف بحماقة في

159- روبرت ليونارد، فون نيومان، مورجينسترن وابتكار نظرية اللعب، كامبريدج 2010 (منشورات جامعة كامبريدج)، صفحة 44 وما يليها.

160- سُردت هذه القصة أثناء اختبار دكتوراة نيومان الشفوي (وفقًا لجورج دايسون، كاتدرائية تورينج، لندن (بنجوين) 2012، صفحة 50). لكن بما أن هذا حدث في بودابست ولم يكن هيلبرت مشرف الدكتوراة، فلا يمكن أن تكون صحيحة. لذا فهي إما خيالية تمامًا أو حدثت في مكان آخر أكثر معقولية. هذه المحاضرة التي ألقاها نيومان هي الوحيدة التي نعرف أن هيلبرت كان من بين الحضور. لذلك دعونا نأخذ حريتنا في القول بشكل عام، إن الحكايات عن علماء الرياضيات العظماء تكون في الغالب وهمية أو خاطئة مثل الأعمال الفنية التي يتم تقديمها من قبل الرسامين العظماء. يجدر إخبارها فقط إذا كان لديها قيمة ترفيهية في حد ذاتها. عادة ما تكون حكايات الرياضيات مملة بشكل خاص لأن نكاتها مكررة دائمًا، وتتألف من الصرامة الرياضية في المواقف اليومية أو في إلقاء الكليشيهات العبقرية والغريبة والعقلانية.

التجمعات الكبيرة، لكنه كان يُسيء الظن في السلطة. وعلى الرغم من رحلاته القصيرة في الفيزياء النظرية، لم يكن لديه اهتمام كبير بتطبيقات الرياضيات. على النقيض كان نويمان شخصًا مختلفًا تمامًا «هو المسار الصحيح»، شاب عالمي تنامى لديه فيما بعد ميل إلى فئة الرجال المكتنزين الأقوياء، والسيارات السريعة، والسيجار السميك الثقيل، والحفلات الماجنة، والكحول الجيد، لكن قبل كل شيء كان لديه ذكاء سريع لا يصدق، واستطاع برشاقة التعامل مع كل هذا، وكان معاصروه يتداعون أمامه دائمًا وأبدًا. حتى في الخمسينيات، كان رأسه أسرع من الكمبيوترات الموجودة في عصره. بينما كان هيلبرت يحتاج في مرات كثيرة إلى مساعدين، وأصدقاء، وزملاء، كي يفهم الارتباطات الرياضية، كان نجم نويمان يسطع من تلقاء نفسه.

من اللافت للنظر أن كثيرًا من علماء الرياضيات كانوا أبناء علماء باحثين، أو قضاة أو موظفي بنوك. كان ماكس والد نويمان ينتمي إلى الفئة الأخيرة، وعلى ما يبدو أنه كان الرجل المناسب في المكان المناسب. ففي مطلع القرن العشرين، كانت بودابست كيانًا حضريًا يتطور بشكل متسارع، مع زيادة السكان، زيادة لم تتجاوزها سوى شيكاجو في هذا الوقت في العالم الغربي. وقبل أن تحدث التسوية بين النمسا والمجر، كانت بودابست عاصمة إقليمية لشعب من الفلاحين والحرفيين. فحتى عام 1840، كانت تسير الأعمال في البرلمان الإقليمي باللغة اللاتينية. ثم أصبحت بودابست ثاني أهم مدينة للإمبراطورية الهابسبورجية وأصبحت مغناطيسًا حقيقيًا جاذبًا للجميع، خاصة أولئك الذين كانت فيينا تُمثل لهم مدينة حضارية وفنية. شمَّرت المدينة عن ساعديها بالكامل في الفترة القصيرة ما بين 1875 و1900. حلَّت اللغة المجريَّة محل اللغة الألمانيَّة كلغة مهيمنة سائدة. وتضاعف عدد المدارس وفرضت مناهج تعليمية صارمة طبقًا للنموذج النمساوي والألماني.

وحلت الطبقة البرجوازية البسيطة محل طبقة النبلاء كنموذج اجتماعي، وأصبح من المعتاد ارتداء الأحذية القصيرة بدلًا من الأحذية ذات الرقبة العالية. مكتبات بودابست العامة كان لديها مخزون من اثنتين وعشرين موسوعة مَجَريَّة، ولديها 22000 مشترك. كان من الممكن أن تلعب المقاهي دورًا من الناحية الأدبية والسياسية والاجتماعية إلى جانب تواجد المقاهي الأصلية الإيطالية والنمساوية. كانوا مفتوحين جزئيًا على مدار الساعة، فقد ذكر ينو راكوشي عام 1926 أن: «كل شخص ذكي قد قضى جزءًا من شبابه في المقهى. وفيما عدا ذلك تصبح تنشئة الشاب معيبة وغير كاملة[161]».

ازدهرت الحياة الاقتصادية في بودابست، إذ التحقت بركب الثورة الصناعية، فنشأت الشركات والمصانع، ووجدت أحدث التكنولوجيات استخدامًا سريعًا وتطورت. وهناك قد طوَّر أوتو بلاثي المحول عام 1885، ويانوس سونكافي أول جهاز احتراق فعَّال عام 1893. كانت الكهرباء والهندسة الميكانيكية لموظفي البنوك كأرض الأحلام، فدائمًا كانت توجد شركات للتمويل، لتطوير المشاريع الكبرى. وعمومًا كانت الحال هكذا، يتمتع موظفو البنوك بالرفاهية المتزايدة في أغلب الأوقات، وهكذا قد كسب أيضًا ماكس نويمان نقودًا كثيرة جدًّا بشكل خرافي، وفي عام 1913، وقبل وقت قصير من انتهاء هذه الأشياء، كان قد ارتقى إلى طبقة النبلاء المجرية. حكى ماكس نويمان لعائلته على طاولة الغداء عن هذه الحياة الشيقة والناجحة، ولم يُنصت إليه أحد مثل ابنه يوهان. وقد أفاد الابن الأصغر نيكولاس فيما بعد، أن يوهان قد اكتسب هنا حدسه الشديد للارتباطات غير المكتشفة وعقله العملي

161- يمكن العثور على الاقتباس لدى جون لوكاتش، بودابست 1900، نيويورك 1988 (وايدنفيلد)، صفحة 148. نقلت تفاصيل بودابست خلال تلك الفترة من هذا الكتاب.

لإدارة المشروعات الكبيرة[162].

كان يوهان فون نويمان طفلًا معجزة، نشأ وفقًا للمعايير المعتمدة، فعلى الرغم من أن بودابست أثمرت في هذا الجيل مجموعة كثيفة مدهشة من العقول المتميزة (رياضيون وفيزيائيون مثل ثيودور فون كرمان 1881، جورج فون هيفيشي 1885، ليو زيلارد 1898، يوجين ويجنر 1902، إدوارد تيلر 1908، بول إيردوش 1913؛ وعازفون مثل إرنست فون دونانيا، وزولتان كودالي، وبيلا بارتوك؛ ومؤلفون مثل تيودور هيرتسل وآرثر كوستلر؛ وفلاسفة أدباء مثل جيورج لوكاتش) إلا أن يوهان فون نويمان -المولود عام 1903- كان لا يزال يستطيع إبهارهم في هذا المجتمع. كان يقرأ كل شيء رغم أنه طفل صغير، كل ما يقع تحت يده، خصوصًا موسوعة تاريخ فيلهلم أونكن العام في التمثيلات الفردية بمجلداتها الأربعة والأربعين. كان يحسب كل شيء يقدم إليه، وفي سن السادسة استطاع أن يقسم الأعداد المكونة من ثمانية أرقام في رأسه. وفي سن الثانية عشرة، قرأ نظرية الدالَّة الرياضية لبوريل وكان ضليعًا في التاريخ البيزنطي والفرنسي. كان كتابه المفضل بالطبع هو مسرحية فاوست لجوته. وعندما حصل على معلم خاص في الرياضيات عندما كان في سن الخامسة عشرة (جابور زيجي، والذي قد درس على يد هيلبرت في جوتنجن)، تدفقت من عينيه -كما ذُكر- دموع الفرح في ضوء هذه الموهبة العظيمة.

أراد يوهان فون نويمان دراسة الرياضيات بعد هذه التهيئة، لكنه اصطدم مع والده بسبب ذلك. فقد كان والده يخشى من الانفتاح على كل ما هو جديد، كشأن كثير من الآباء قبله وبعده. توصل الاثنان إلى حل وسط وتم اختيار الكيمياء كمادة دراسية، والتي قد درسها على

162- نيكولاس أ. فون نيومان، جون فون نيومان كما يراه أخوه، نشر ذاتي 1987، صفحة 23 وما يليها.

عجالة في برلين ثم تخرج في زيورخ وتحصل بعد ذلك على شهادة دكتوراة فيها، ليتفرغ بالكامل بعدها باجتهاد واحترف لتعلم المزيد من الرياضيات، خصوصًا على يد هيرمان فايل (الذي كان أستاذًا في زيورخ)، وفي سن العشرين طوَّر تعريفًا للأعداد الترتيبية الذي لا يزال قائمًا حتى اليوم (أي الأعداد الطبيعية المعممة).

وبالطبع جاء نويمان إلى جوتنجن من أجل مشروع مختلف تمامًا، وهو برنامج هيلبرت. كما يتضح من طلب الحصول على المنحة[163]، فقد أراد، باقتراح من هيلبرت وفايل: «شرح طبيعة التضاد في نظرية المجموعات العامة، وبذلك وضع بالتأكيد أساسيات الرياضيات الكلاسيكية. وقد مكنت تلك الدراسات من إيضاح الشك بطريقة دقيقة، الشك الذي فرض نفسه في الرياضيات».

كان نويمان رجلًا طموحًا، أراد المشاركة هناك، حيث تتحقق أغلب النجاحات. لذلك انتبه مبكرًا إلى برنامج هيلبرت لأنه من ينجح هنا، يُصبح محور الاهتمام بالتأكيد. فقد طور نظامًا بديهيًا خاصًا، «ويبدو أن طابع صيغ العبارات التي تحققت توافقت مع هدف هيلبرت وتعاملت مع الرياضيات على أنها لعبة محدودة»، ولاحقًا بدأ ستانيسلو أولام مع نويمان اختراع طريقة مونت كارلو (التي عُرفت أيضًا باسم محرك النبض النووي لسفن الفضاء). وبالنظر إلى حياة نويمان القادمة: «يُمكننا تخمين بذرة الاهتمامات اللاحقة لنويمان وتطلعه إلى الآلة الحاسبة وميكنة البراهين[164]». كانت نظريتا اللعب والفيزياء هما في الواقع لهوًا في جوتنجن، محض أعمال إضافية. كان الهدف الأسمى إنشاء قاعدة أبدية للرياضيات. ولإثبات اتساق النظام، وتكامله وقابليته

163- متاح عبر الرابط التالي: http://rockefeller100.org/items/show/2377

164- ستانيسلو أولام، يوهان فون نويمان، 1903 - 1957. في: مجلة إشعارات جمعية الرياضيات الأمريكية (AMS)، المجلد 64/2 (1958)، صفحة 11 وما يليها.

للفصل، تحقيق حلم هيلبرت وبالتالي يخلد اسمه، لم يرد نويمان أكثر من هذا.

عُقِد المؤتمر الدولي لعلماء الرياضيات، الذي ينعقد في بولونيا كل أربع سنوات، في الفترة من 2 إلى 10 سبتمبر عام 1928، تحت رعاية الملك والرئاسة الفخرية لرئيس الوزراء، بينيتو موسوليني[165]. ولأول مرة منذ الحرب يتلقى علماء الرياضيات الألمان الدعوة مرة أخرى، والتي أصر عليها المضيفون الإيطاليون. ورغم تلك الإشارات التصالحية، إلا أنها لم تلغِ أي شيء. كان هيلبرت متحمسًا، والرفض سيكون أمرًا غير مهذب. ومع ذلك فقد تطورت المقاومة بين الرياضيين القوميين الألمان بقيادة لويتزن براور، ولودفيج بيبرباخ (عالم رياضيات من الدرجة الأولى، استسلم سريعًا لوهم «الرياضيات الألمانية»)، اللذين تعرضا للإهانة جراء محاولة الرياضيين الفرنسيين طويلًا عرقلة مشاركة الألمان في المؤتمر. كانت مسألة المشاركة قضية خارجية وكانت بالفعل مسألة غيرة.

في البداية لم يأخذ هيلبرت التناقض بين حدس براور وطابعه الشخصي على محمل الجد، لأن النجاح كان فلسفيًا أكثر منه رياضيًا. لكن أصبح الأمر مسألة شخصية حين تلقى مذكرة معادية، بعدما جاهر هيرمان فايل، طالب الماجستير الأكثر تألقًا بين طلاب هيلبرت، بالحدس فجأة. لم يكن فايل يعد ضمن أهم الرياضيين في عصره فقط وقد أصبح فيما بعد حليف هيلبرت في جوتنجن، لكن كان أيضًا أحد القلائل الذين تثقفوا عالميًّا، وقد تعمق في دراسة نظرية النسبية بشكل

165- للاطلاع على تفاصيل تلك الدورة راجع، تقرير مجلة إشعارات جمعية الرياضيات الأمريكية ((AMS)، 1929))، صفحة 201 وما يليها.

كبير. كان فيلسوفًا وذواقة، تزوج من مترجمة أعمال الفيلسوف خوسيه أورتيجا أي جاسيت. منحته الفلسفة وزنًا أكبر مما استحق في عيني هيلبرت. أيضًا كان عليه أن يقدم على شيء ما، كي يحفظ ولي عهده من التعاليم الخاطئة المؤذية.

استطاع هيلبرت بصعوبة احتمال التصرف الذي وجده غير منطقي أو خائنًا أو كلاهما مثل طريقة السلوك والآراء التي لا يفهمها[166]. اتضح أن براور كان متمردًا، فقد أصرَّ على نقطة مهمة وعن اقتناع، أنفدت صبر العالم ليتم كلامه مع هيلبرت. رأى هيلبرت هذا السلوك أنه «محاولة انقلاب[167]» ضد الترتيب المنصف للرياضيات. نتجت الآن فرصة لاستعادة الأوضاع القديمة بشأن مسألة المشاركة في المؤتمر في بولونيا. وبفضل مكانته، فرض هيلبرت نفسه وصفى حساباته مع براور بعد انتهاء المؤتمر، وأبعده كناشر لسجلات الرياضيات. ولذلك لجأ إلى خدعة عملية، نظم فيها انسحابًا جماعيًا لكل الناشرين. وعلى كل حال فقد حسم رد الفعل البروسي الموقف ورضخ الناشرون لأمر هيلبرت، الذين كان كثير منهم أصدقاء لبراور. كان على أينشتاين أيضًا الاستقالة وقد سمى هذه الجلسة البغيضة «حرب الضفادع والفئران[168]».

*****

166- لذلك استاء من مساعده المتخصص في المنطق أكرمان لأنه تزوج مبكرًا عكس نصيحة أستاذه. سرعان ما نُسي أمر الكتاب المشترك حول أساسيات المنطق النظري، الذي كتباه معًا للتو، ونُقل عن هيلبرت قوله «أوه، هذا رائع. هذه أخبار جيدة بالنسبة لي. لأنه إذا كان هذا الرجل مجنونًا لدرجة أنه متزوج ولديه طفل، فأنا محروم من أي التزام للقيام بأي شيء من أجله». فقد أكرمان رعاية هيلبرت، وأصبح مدرسًا في مدرسة ثانوية في مونستر ولاحقًا في مدرسة ثانوية في لودنشايد، حيث واصل العمل على المنطق ووضع النظرية. انظر أنيتا إيلرز، عزيزي هيرتس! حكايات الفيزيائيين وعلماء الرياضيات، بازل 1994 (بيركهويزر)، صفحة 161.

167- دافيد هيلبرت، أسس الرياضيات، الرسالة الأولى في: هيلبرت، جمهرة المقالات، المجلد الثالث، صفحة 160.

168- لتفاصيل النزاع بين هيلبرت وبراور راجع، ديرك فان دالين، لويتزن إخبرتوس يان براور -طوبولوجي، حدسي، فيلسوف: كيف تتجذر الرياضيات في الحياة، لندن (شبرينجر) 2013، صفحات 541 - 588.

سافر هيلبرت إلى بولونيا في صحبة وفد كبير. وفي الثالث من سبتمبر أقيم حفل الافتتاح في بهو «بالاتسو ديل أركيجيناسيو»، الذي يعد منذ عام 1563 مقر الجامعة التي تأسست قبل 400 عام. كانت الحوائط مغطاة بشعارات ونقوش للأساتذة والطلاب. وقد أقيمت هنا منافسات شهيرة في عصر النهضة بين الرياضيين كما تم التوصل إلى نتائج علمية في هذا الوقت، لكن خلاف ذلك كان من غير المفاجئ عدم حدوث أشياء مدهشة في تاريخ الجامعة. فالعلماء الكبار، عندما يصلون إلى هناك، لا يبقون لفترة طويلة في بولونيا.

تجمع نحو ثمانمئة عالم رياضيات، وعندما وصل هيلبرت مع وفد مكون من ستة وسبعين عالمًا إلى الدائرة، التي نُفيَ منها مدة طويلة، بدا شاحبًا وغير مطمئن في وقفته، لأنه كان قد تعافى لتوه من الأنيميا التي كادت تقتله تقريبًا، إن لم يكن زملاؤه قد أجبروه على تناول كميات من الكبد النيئ وأدوية جديدة قادمة من الولايات المتحدة الأمريكية. روى المشهد حالمًا: «وقد رأى المشاركون في حفل الافتتاح عندما شارك الألمان لأول مرة منذ الحرب في لقاء عالمي، شخصية مألوفة في القمة وأكثر هشاشة من ذكراها»، بعدها ببضع دقائق خَيَّم على القاعة صمت كامل. ثم نهض جميع الحضور فجأة وصفقوا. «هذا يسعدني»؛ قالها هيلبرت بلهجته المألوفة، «أن يتم تمثيل كل علماء الرياضيات هنا بعد وقت طويل صعب. هذا ما ينبغي أن يكون وما يجب أن يكون من أجل رفاهية عالمنا المحبوب [...] دعونا نتذكر أننا كعلماء نقف على قمة تطور العلوم الدقيقة [...] فالرياضيات لا تعرف شعوبًا [...] لأن الرياضيات تنظر للعالم بأكمله كأمة واحدة[169]».

كانت محاضرته هي نفسها عرضًا للأسس الجديدة، التي حاول

169- كونستانس ريد، هيلبرت، برلين (شبرينجر) 1970، صفحة 188.

إرساءها في الرياضيات طوال أحد عشر عامًا مضت. فقد نهض بنظرية الإثبات بشكل هائل وقد أصبحت الآن علمًا حقيقيًّا بحد ذاته، في طريقه لإيجاد إجراء تلقائي (في المصطلحات: حساب التفاضل والتكامل) لحل جميع المشكلات الرياضية، مثلما كان هناك إجراء لحل معادلة رياضية من الدرجة الثانية (التي يُشار إليها باسم صيغة منتصف الليل)، أو حساب الجذر التربيعي بدقة متناهية، لذا ينبغي في نهاية المطاف جمع الادعاءات الرياضية وواقعها في الرياضيات وتنظيف المادة من الأدلة المثقبة والكاذبة (التي تثقلها حتى يومنا هذا). وحقيقة عالم الرياضيات، الذي ينبغي أن تظل حريته بلا منازع ولا حدود لها. قال كانتور: «إن جوهر الرياضيات هو حريتها، وأنا»، كما أعلن هيلبرت في بولونيا: «أود أن أضيف إلى المتشككين والضعفاء؛ في الرياضيات لا يوجد تجاهل، ويمكننا دائمًا الإجابة عن أسئلة ذات معنى، وهذا ما يؤكد توقع أرسطو بالفعل، إن عقولنا لا تتابع أي فنون غامضة، بل فقط بعض التصرف في قواعد محددة يمكن وضعها، وفي الوقت نفسه تضمن الموضوعية المطلقة للحكم». وعدت شكليته ونظرية الإثبات الخاصة به بشيء يشبه المتعة التي لا نهاية لها. لأن «ابتهاج القناعة بأن العقول الرياضية ليس لها حدود، وأنها قادرة حتى على تتبع قوانين التفكير[170]».

ما كان يجب القيام به هو حل مسألة الفصل، أي إيجاد خوارزمية يمكنها اقتراح شيء معين بجانب قواعد المنطق، فيمكن إثباتها من البديهيات في باريس، وهكذا ينبغي أن تتقدم الرياضيات.

170- دافيد هيلبرت، مشاكل أسس الرياضيات. في: حوليات الرياضيات، المجلد المئة واثنين -الجزء الأول (1930)، صفحة 9.

الصعوبة الحقيقية هي أن الفيزياء نوع من الميتافيزيقيا. الفيزياء تصف «الواقع». لكننا لا نعرف ما هو «الواقع»؛ لا نعرفه سوى من الوصف المادي!

من رسالة أينشتاين إلى شرودنجر، بتاريخ 19 يونيو 1935.

فتية مدهشون في جوتنجن

بقدر ما وجَّه دافيد هيلبرت اهتمامه خلال عشرين عامًا إلى المنطق وأسس الرياضيات، غير أنه لم يترك الفيزياء، لأنه قد نشأت ظاهرة في جوتنجن بعد الحرب العالمية الأولى، لم يكن لها مثيل حتى ذلك الحين؛ وهي ظاهرة فيزياء الصبية. كان هذا هو اسم الشهرة لنظرية الكم، التي صنعت وذُكِرَت في عشرينيات القرن العشرين أمام أعين الطلاب والمساعدين المندهشة لعلماء الرياضيات الناجحين وعلماء الفيزياء، والذين لم يتجاوز معظمهم الخامسة والعشرين عامًا. يمكن للأفكار أن تبحث عن الأماكن وتشكلها. توجد أحوال، حيث يلتقي فيها الناس قليلًا أو كثيرًا عن طريق الصدفة ويمكن أن ينشأ شيء جديد عن غير قصد، مثل شبكة من الأفكار، حان وقتها. وإن كانوا يحضرون ما يكفي فقط لانفتاحهم، ليبدؤوا بما هو غير متوقع، فيقدمونه على طبق من فضة بنية حسنة، وهنا يمكن للفكرة أن تنتشر وتُثمر سريعًا.

كبر جيل في الحرب، لم يكن لديه احترام كبير للسلطات القديمة التي فقدت مصداقيتها، وعلاوة على ذلك كان مميزًا من الناحية التعليمية.

(لأن أعداد الطلاب في السنوات الدراسية العليا في المدارس كانت قد تناقصت بوضوح بسبب الخدمة العسكرية، لذلك وجد المعلمون مزيدًا من الوقت، للاهتمام بالصغار) أصبحت جامعة جوتنجن مثل ساحة لعب للأشخاص الذين كانوا مستعدين، لتجربة كل أنواع الأنظمة على الورق. «كانت مواهب، وأمزجة، وأساليب الأعضاء يكملون بعضهم بعضًا، يتجادلون معًا، يتعلمون كيف يتأملون طرقًا مختلفة للتفكير، يساعدون أيضًا في بعض الأحيان في القياسات المسهبة، يحتفلون معًا في الأعياد، يتمشون على ضفاف نهري فيرا وفيزر، يعبثون منشرحي الصدور[171]». ومع ذلك، فإن تذكر هذا من مسافة آمنة، تبعد عنه بخمسين عامًا، لا ينبغي أن يخفي حقيقة أن معظم هؤلاء الصبية صنعوا قنابل ذرية عند نضوجهم.

إشارة البدء للمرحلة الدرامية في نظرية الكم كانت تتمثل في محاضرات فولفسكيل عام 1922، حيث كانت أكبر مشكلة للعلماء الألمان في هذا الوقت هي عزلهم عن بقية العالم الأوروبي. حتى هيلبرت نفسه المنفتح على العالم الدولي والمؤمن به فقد كثيرًا من الاتصالات. لكن محاضرات فولفسكيل كانت ذات شكل لم يكن هنري بوانكاريه جيدًا فيه، وقدَّم خلالها أينشتاين محاضرته عن نظرية النسبية العامة. وبهذا كان الحدث جذابًا وآمنًا بشكل كافٍ لاستئناف الموضوعات كافة واستعادة مكانة جوتنجن على الخريطة العالمية. وقد عانت قيمة الجائزة من القرار الوطني بشراء سندات الحرب، فلم يعد لها أي قيمة الآن. ولكن ظل بعض المال متبقيًا، ولم تكن أزمة التضخم المفرط قد ضربت البلاد بعد، عندما دعت كلية الرياضيات العالم نيلز بور (1885، 1962) للإعلان عن النظرية الذرية الجديدة، فقد كانت هي المشروع

171- فريدريش هوند، وبورن، جوتنجن وميكانيكا الكم. في: جيمس فرانك وماكس بورن في جوتنجن (خطابات جامعة جوتنجن المجلد 69)، جوتنجن (فاندنهوك) 1983، صفحة 37.

الأكثر شيوعًا في تلك الأيام إلى جانب نظرية النسبية العامة. وقد تمتع بور بسمعة تشبه سمعة أينشتاين. فضلًا عن أنه كان دنماركيًّا، وقد جاء أيضًا من أرض محايدة؛ لهذا فقد كان هو الرجل المثالي في هذا الموقف.

لم يكن بور عقلًا حرًّا رائعًا فحسب، بل أيضًا عالم فيزياء عالمي، ومثقف، وفيلسوف. تنبع أصوله من عائلة ميسورة الحال ومثقفة، وكان يدور الحوار على الطاولة لديهم حول العلم، أو الفن، أو الرياضة. كان أخوه هارالد عالم رياضيات، وقد اشتغل لمدة طويلة في جوتنجن قبل الحرب العالمية الأولى. كان كلا الأخوين لاعبي كرة قدم موهوبين -كانت تلك الرياضة تمارس وقتها من قبل السادة- وقد ربح هارالد الميدالية الفضية مع الفريق الوطني الدنماركي في الألعاب الأوليمبية (ومقابل ذلك انتهى به المطاف، بعيدًا عن جائزة نوبل، على عكس نيلز وولده).

أسس بور بعد إقامته في مانشستر (لدى إرنست رذرفورد) في كوبنهاجن معهدًا فيزيائيًّا طبقًا لنموذج الأكاديمية الأفلاطونية. كان الفيزيائيون من كل العالم يتجمعون هنا، كي يفهموا قوانين الطبيعة ويخرجوا نظرياتهم. وفي أوروبا المنقسمة، الكسيحة، النازفة، الجائعة، المتلهفة للقصاص، ظهر في عام 1920 هذا المعهد كمكان يتوق إليه الشباب، الذين أرادوا ترك كل هذا وراءهم. وهناك دعا بور، دافيد هيلبرت أيضًا في عام 1921، كي يُلقي مجموعة من المحاضرات، والتي عقدت حولها العديد من الجلسات، التي شُرِحَ فيها عمل هيلبرت. وكان على الأخير بالطبع أن يقول شيئًا عن النظرية الذرية في كوبنهاجن، ونتج عن ذلك انجذابه إلى هذا الموضوع. وعلى أي حال كان عليه بدوره أن يدعو بور بعد محاضراته في كوبنهاجن إلى جوتنجن، إلى محاضرات فولفسكيل.

كانت هذه المحاضرات الست تتناول النموذج الذرّي الجديد، والتي

امتدت على مدى أسبوعين، وتركت أثرًا عميقًا في المستمعين، الذين سرعان ما أطلقوا عليها اسم «مهرجان بور». كان سبب تلك التسمية بقدر ما يرجع إلى بور فهو عائد كذلك إلى جمهوره الذين سافروا من جميع أنحاء ألمانيا لحضورها (جاء آرنولد زومرفلد من ميونخ، مع طالبه الحالي المحبوب فرنر هايزنبرج)، لأنه ألقى محاضرات في نفس العام أيضًا في كامبريدج عن فيزياء الذرَّة الخاصة به، من دون أن يؤثر في نفوس مستمعيه بشكل يستحق الذكر بالطبع. نجد أنَّ بور شخص أنيق، لكنه يهمس ويتمتم أكثر من اللازم. كانت مؤسسته هناك، على غرار نموذج رذرفورد، موجهة بشكل تجريبي لتكوين الدعم لفيزياء الكم المجرَّدة، لأن الجزء الداخلي للذرَّات، التي تدور حوله، صغير جدًّا لقياسه، على الأقل في ذلك الوقت. بينما العكس في جوتنجن كان لديهم نزوات مجازفة. لم يكن المال متوفرًا على أي حال لإجراء التجارب، فما الذي كان على علماء الفيزياء فعله، غير التفكير في النظريات والرياضيات؟

كان ماكس بورن النقطة المحورية لفيزيائيي الكم في جوتنجن. على الرغم من أن زملاءه في المعهد الفيزيائي الذين صعدوا بقوة، كانوا أيضًا علماء من الدرجة الأولى (خصوصًا جيمس فرانك)، إلا أن بورن قد جذب إليه النظر. وبصفته مساعدًا كتابيًّا سابقًا لهيلبرت، كان عقلًا رياضيًّا ثابتًا، فضلًا عن أنه عندما نذهب إلى خطابات وشهادات تلاميذه نجده ذا قلب متفتح وروح جميلة. ذلك لأنه لم يكن يكتب معه المحاضرات فقط، بل أيضًا يفهمها ويتحقق من الأخطاء مع المعلم. كان يُتقن أي موضوع ينشغل به هيلبرت، قبل أن يكتشف نفسه كفيزيائي جديد. في العقد الأول من القرن العشرين ومن دون منح أي مزية للفيزياء، طوَّر هيلبرت تلك الرياضيات، التي شكلت بعدها بعشرين عامًا أساسًا

لميكانيكا الكم. لقد انشغل بالمعادلات التكاملية (وأيضا مع فضاء متجهي لانهائي الأبعاد بجداء قياسي)، والتي تكمن خلفها مسألة عكس المعادلات التفاضلية[172].

أوائل علماء الفيزياء الشباب، الذين جاؤوا إلى بورن، تعلموا على يد آرنولد زومرفلد، والذي كان يمد هيلبرت دائمًا بمعاونيه في الفيزياء. وقدّم بلا شك مساعدات كثيرة في تشجيع المواهب الكبرى، وأصبح معهده «منزلًا لتعليم صبية الفيزيائيين[173]». بالطبع صارت فيزياء الذرَّة لزومرفلد جيدة للغاية، لكن تم تداولها بشكل أفضل في جوتنجن، وقد شاع هذا سريعًا. لأنه لا يوجد في جوتنجن ما هو موجود في ميونخ، أن تتجمع كل الأدوار في شخص واحد، بل كان يوجد الرياضيون المناسبون (خصوصًا كلاين وهيلبرت) والفيزيائيون المناسبون (خصوصًا جيمس فرانك وماكس بورن) وكذلك قدرات أكبر.

ثم جاء أيضًا فولفجانج باولي (ولد عام 1900 وتوفي عام 1958، ونال جائزة نوبل عام 1945)، أول نموذج لهذا النوع شاذ الطبع، في مقاطعة ساكسونيا السفلى. أجريت المقابلة أثناء التنزه بين جبال إرفالد بولاية تيرول. تذكر بورن «أن باولي كان يتناقش حول المسائل الفيزيائية في وسط أعظم وأجمل المناظر الجبلية. فراحة الذهن لم تكن ممكنة في مجتمع هؤلاء الأشخاص الديناميكيين[174]». جاء باولي من فيينا وكان ينحدر من عائلة يهودية مثقفة اعتنقت الكاثوليكية. اتبع أسلوب حياة

172- حاشية للمتقدمين: كان نيلز هنريك أبيل أول من درس المسألة: عند وصف سقوط الجسد تحت تأثير الجاذبية، نحصل على منحنى f (y) الذي يمكن من خلاله قراءة وقت السقوط. لكن إذا جهلنا f (y)، في وقت السقوط، فكيف يمكن الاستدلال على f (y)؟ والنتيجة هي معادلة أبيل التكاملية.

173- رسالة من هايزنبرج إلى زومرفلد مؤرخة في 6 فبراير 1929. ميونخ، المتحف الألماني، الأرشيف، HS 136، A / 1977-28.

174- ماكس بورن، حياتي، ميونيخ (نيمفنبورج) 1975، صفحة 290 وما يليها.

البوهيميين، يعمل ليلًا، يدخن ويشرب، يتواجد في المطاعم وينام حتى الظهيرة، هذه هي الأشياء المفضلة لديه. كان معروفًا بنقده الفظ اللاذع في معظم الأحيان ووقاحته تجاه كل شخص تقريبًا (الشخص الوحيد المستثنى من ذلك كان آرنولد زومرفلد). ظل حياته بأكملها إنسانًا وقحًا، غير متسامح مع عدم الدقة، لا يراعي أصحاب المواهب الأقل، الذين كانوا يُحيطون به في الجامعات. كان باستطاعته تكوين خصومات لسنوات (كما حدث مع الشاب الفيزيائي الإنجليزي بول ديراك) وكان منفتحًا أيضًا نحو الأشياء السخيفة والبلهاء، بينما يتحول ليصبح تجسيدًا للعقل المجرَّد، حين يتعلق الأمر بالفيزياء أو الرياضيات. لعل طبيبًا نفسيًّا جيدًا سيكون له فائدة كبيرة في ذلك الوقت، ولكن وجده باولي متأخرًا في شخص كارل جوستاف يونج، الذي عرفه في منتصف حياته «ساخرًا، شيطانًا، باردًا، وملحدًا متعصبًا، ومستنيرًا مثقفًا[175]». أبدى يونج استعداده الدائم للمساعدة في المواضيع العلمية، حتى إنه كان أحيانًا يتواصل بمودة.

خلف باولي في بورن، فرنر هايزنبرج. كان فتى مختلفًا تمامًا، شابًّا، واثقًا من نفسه، ضليعًا، رياضيًّا، أشقر، ودودًا، طموحًا، مُحبًّا للموسيقى، شغوفًا بالتسلق، رجلًا نهاريًّا، عارفًا، وأحد القلائل من علماء الفيزياء الشبان الذين لم يحتاجوا إلى علاج نفسي أبدًا. كان باولي ناقدًا حدَّ الوقاحة، ودائمًا ما يلتفت لنقاط الضعف في أعمال الآخرين، ينبش عبر الأسباب والفرضيات، حتى يجد أرضية ثابتة، بينما كان هايزنبرج يترك لخياله العنان، ويعبث بفرضيات شجاعة. كان يقرأ الفلسفة ويستطيع عمل مسار حقيقي من مؤشر صغير أو خطوة أكيدة لمتسلق جبال يمشي أثناء نومه. كان من الواضح أن هايزنبرج كالطائر، بينما ظل

175- مقتبس من؛ تشارلز إنز: لا مجال للاختصار، السيرة العلمية لفولفجانج باولي، أكسفورد (منشورات جامعة أكسفورد) 2002، صفحة 249.

باولي دائمًا كضفدع سيئ الظن؛ لذلك كان يكمل كل منهما الآخر كالوعاء والغطاء. قبلا بعضهما بعضًا كندّين، وحتى اندلاع الحرب التالية، عرض هايزنبرج على باولي كل مخطوطاته قبل نشرها لمراجعتها نقديًّا، وقد شَكَّل الاثنان معًا أول دينامو للفيزياء الجديدة.

لم تكن موهبة الفتى الذي أسس علم الطبيعة الرياضي تُغني، إن غابت الوسيلة للهيكل المؤسسي. بحلول عام 1920، أصبحت الدولة والطبقة البرجوازية، في وضع مؤسف، وكانوا هم الداعمين الماليين الأهم للجامعة. فقد أدت الحرب وشروط الصلح إلى أن الدولة الألمانية لم تعد تستطيع الوفاء بالتزاماتها. فأتلف التضخم الطبقة الوسطى اقتصاديًّا، والتي كانت تدعم العلوم في كثير من الأحيان. وعلى ذلك كان الحديث عن الرواتب قليلًا كالحديث عن التبرعات والمؤسسات في الجامعة. فمن دون المال لا يصمد العلم وتهاجر العقول الجيدة إلى أي مكان آخر.

لأجل البقاء، على ما كانوا عليه، تطلب الأمر من علماء جوتنجن شخصًا ما كما يظهر في القصص عمٌّ غنيّ مشهور قادم من أمريكا. وهنا لعب الحظ لعبته، فقد ظهر جون دافيسون روكفلر. عندما فقد الأخير متعته في كسب المزيد من المال، أنشأ مؤسسة كان غرضها من بين أمور أخرى، تعزيز الإنجازات العلمية المتميزة، أينما وجدت. كانت الأداة الناجعة لهذه المهمة هي مجلس التعليم الدولي (IEB). صحيح أنه لم يتبرأ من أصله الأمريكي[176]، لكن كان من المناسب التغلب على خنادق

176- لم يكن النظام الأساسي للمؤسسة محددًا بدقة، لكن روحها اتسمت بالوطنية من دون النظرة الضيقة للقوميات، وتعزيز المصالحة، ورفض المجتمع الإقطاعي الأوروبي، وعدم الثقة في المركزية السياسية أو العلمية، وتعزيز المساعدة الذاتية (ما يُسمى الصناديق المطابقة) وما إلى ذلك. لم يتلق وفقًا للتقليد الماركسي أي تمويل من مجلس التعليم الدولي (IEB)، أو مؤسسات خارج المجال الثقافي لأوروبا الغربية. انظر راينهارد زيجموند شولتسه، روكفلر وتدويل الرياضيات بين الحربين العالميتين، بازل 2001 (بيركهويزر)، صفحة 16 وما يليها.

الحرب المنقضية. وكمؤسسة خيرية كانت ملتزمة في المقام الأول بالإحسان للإنسان والإنسانية عمومًا.

كان حجم الثروة عظيمًا؛ فقد نشأت المؤسسة برأس مال يزيد على 100 مليون دولار، وبمقابل 12.5 مليونًا، كان على مجلس التعليم الدولي أن يجد بها مشاريع (تعادل نحو 310 ملايين دولار من القوة الشرائية الحالية) خصوصًا في أوروبا. تم تقسيم المال على 46 مشروعًا كبيرًا، كذلك تم استثماره في شكل منح وحوافز مالية للسفر. دعم معهد نيلز بور في كوبنهاجن، ومعهدًا للكيمياء والفيزياء في مدريد، وحديقة النباتات في باريس، والمبنى الجديد للمكتبة المركزية في كامبريدج، ومحطة أبحاث جبال الألب في يونج فراو يوخ بسويسرا، ومعاهد لعلم الحيوان في لندن، وإدنبره ونابولي، والعديد من المعاهد في باريس؛ أحدهم متخصص في الرياضيات، والمعهد النرويجي للفيزياء الكونية، ومعاهد الرياضيات والفيزياء في جوتنجن.

كان رئيس مؤسسة مجلس التعليم الدولي، ويكليف روز، مقتنعًا بأهمية الرياضيات والفيزياء معًا في تطوير العلوم، وكان يرى أن العلماء في الولايات المتحدة الأمريكية يمكنهم الاستفادة من الاتصالات العالمية. حينها كانت تُعد باريس هي بؤرة الرياضيات (لم يكن قد مَرَّ وقت طويل على رحيل بوانكاريه) وقد نُقِل المقر الأوروبي الرئيس لمجلس التعليم الدولي إلى هناك. لكن وفقًا لإشارة الأخوين بور، تبلورت جوتنجن وسطعت لأول مرة على الخريطة، كمكان مكافئ للتنمية. كانت الجامعة، والمدينة، فقيرة بشكل بائس، لكن كانت الإمكانيات العلمية عظيمة. فهناك أبحاث وتعليم لا يمكن دعمهم إلا من خلال مجلس التعليم الدولي (استبعد معهد الإمبراطور فيلهلم -المعروف اليوم باسم معهد ماكس بلانك- من نعمة التمويل الأمريكي، لأنه تخصص في الإجراءات

البحثية فقط). كانت هناك خطط لإنشاء مبنى جديد لمعهد الرياضيات منذ 1914، وقد تبرعت عائلة كروب بموقع مناسب في بوزن شتراسه، فَضَّل مجلس التعليم الدولي المشاريع الكبيرة التي بها جهد إداري قليل نسبيًّا، وبالتالي وافق على هذا المقترح بكل ترحاب.

وصل العم الأمريكي الغني إلى جوتنجن بالقطار في 2 يوليو 1926، وبالتحديد في شخص أوجستس تروبريدج، مدير مكتب مجلس التعليم الدولي في باريس، وبهذه الميزة كان هو المسؤول عن توزيع الملايين في المكان. كانت أصوله تعود لعائلة من الساحل الشرقي القديم(177)، ودرس على يد ماكس بلانك في برلين. عاد إلى الولايات المتحدة، أصبح أستاذًا للفيزياء في جامعة برنستون، حيث كان يدرس معظم الكتب التعليمية بالألمانية. صرح تروبريدج ليفزع الكثير من الأوروبيين الآخرين: «أصبحنا قريبين جدًّا من الناحية العلمية مثل أي أمة أخرى، نحن لا نؤيد سياسات ألمانيا مطلقًا؛ لكننا نؤيد علومها(178)». ولقد ربط منذ وقت طويل نجاح علماء الفيزياء في جوتنجن بعلماء الرياضيات، كما حاول إعادة هذا الربط في برنستون. والآن وصل إلى جوتنجن، كي يتعرف مباشرةً على شكل البحث والتعليم في منتصف العشرينيات هناك.

استقبله في المحطة جيمس فرانك وريتشارد كورانت، الأستاذ الأكثر لباقة واجتماعية، حيث كان كورانت يقدم الفيزياء والرياضيات في ذلك الوقت. حصل فرانك على جائزة نوبل في الفيزياء ومن المثير للإعجاب

177- للاطلاع على سيرته، انظر كارل تايلور كومتون، مذكرات السيرة الذاتية لأوجستس تروبريدج (1870-1934)، في: الأكاديمية الوطنية للعلوم بالولايات المتحدة الأمريكية مذكرات السيرة الذاتية، المجلد الثامن عشر، (1937)، الصفحات 217 - 244.

178- مقتبس من راينهارد زيجموند شولتسه، روكفلر وتدويل الرياضيات بين الحربين العالميتين، بازل 2001 (بيركهويزر)، صفحة 59.

أنه كان يقف على رصيف المحطة. أصبح كورانت أستاذًا جامعيًّا في جوتنجن عام 1919 (لقد أصيب مبكرًا في الحرب وأعفي من الخدمة العسكرية، حتى كاد عمله على تحصيل درجة الأستاذية أن يتوقف في عام 1912) وصهرًا لكارل رونجه. كان مثالًا اجتماعيًّا، صغيرًا لطيفًا «بوجه يشبه دُمية القزم جنوم»، وحتى بعد ترقيته ظل بلا موقف[179]. كان كورانت مختلفًا عن كلاين، لكن قدراتهما كانت متشابهة جدًّا، وبدا الأمر أنه مجرد مسألة وقت، حتى تسلم قيادة المعهد. وقد نسج أيضًا خيوطًا نحو أمريكا بعد نهاية الحرب بنشاط بالغ.

كان تروبريدج مهذبًا للغاية. الاستثناء الوحيد هو إدموند لانداو، خليفة مينكوفسكي، الذي كان ينعم بثقة عالية في نفسه لا تتزعزع وميل شديد نحو الغطرسة. لكونه ثريًّا (فكان يمتلك أحد أكبر وأجمل المنازل في جوتنجن، وشقة بساحة باريس بلاتس في برلين)، لكنه وجد صعوبة في التعامل مع اضطراره أن يكون ودودًا مع شخص فقط من أجل المال. في اليومين التاليين حضر إلى تروبريدج كل علماء الرياضيات والفيزياء الآخرين ذوي المكانة (باستثناء إيمي نوتر، التي لم تشغل أي منصب ولم يكن صيتها قد ذاع وقتها حتى أمريكا) وأظهروا أفضل جوانبهم. تمت دعوة تروبريدج من قبل كورانت على الغداء في المنزل وأمضى الليل مع فرانك وبورن. كان يُقدم للعائلات، التي أظهرت احتفاءً بالغًا بالضيف الهام[180]. أشاروا إلى النجاحات التعليمية مثل هايزنبرج، وأبرزوا ذلك التوجه العالمي المميز الذي كان دائمًا سمة لمدينة جوتنجن.

179- للمزيد عن كورانت طالع: كونستانس ريد، ريتشارد كورانت، برلين (شبرينجر) 1979. في كتابها هيلبرت، كورانت، صفحة 159 وما يليها.

180- يمكن الاطلاع على تقرير تروبريدج المُدوّن عن زيارته إلى جوتنجن في راينهارد زيجموند شولتسه، روكفلر وتدويل الرياضيات بين الحربين العالميتين، بازل (بيركهويزر) 2001، صفحة 256 - 264.

من الواضح أن الانطباع العام كان جيدًا، لأنه حتى ديسمبر 1926، غاب قرار مجلس التعليم الدولي في تمويل مبنى جديد للمعهد الرياضي. وعند الافتتاح في ديسمبر 1929، تدفقت 350 ألف دولار من أموال روكفلر إلى هذا المشروع. ولأن تروبريدج كان يُقدِّر جدًّا القرب من الرياضيات والفيزياء، حصل مبنى معهد الفيزياء على جناح جديد في عقار مجاور. وعلى الرغم من أن المبالغ كانت كبيرة، لم يظهر أي ممثل من مؤسسة روكفلر عند افتتاح المبنى. لم يكن يريد إثارة أي انتباه. جعل هذا ماكس ماسون، رئيس المؤسسة في هذا الوقت، يشعر بحرج، لأنه كان قد سَجَّل أطروحته للدكتوراة حول المهام الهامشية في المعادلات التفاضلية العادية عند دافيد هيلبرت عام 1903.

إلى جانب النفع العام لصالح البشرية كافة، وضع مجلس التعليم الدولي في اعتباره بالطبع تحسين العلوم في الولايات المتحدة الأمريكية بالتحديد. لهذا لم تستثمر المؤسسة في المباني فقط بل أيضًا في الصحف العالمية المتحدثة باللغة الإنجليزية، وقبلها منذ عام 1919، في تبادل العلماء مع الولايات المتحدة الأمريكية. كانت إقامة الضيوف مريحة، وتقريبًا كل شباب العلماء ذوي الحيثية كانوا يذهبون في أي وقت إلى الولايات المتحدة الأمريكية على حساب مؤسسة روكفلر لمدة فصل دراسي أو فصلين. ويعودون إلى جوتنجن ككثير من الأمريكان قبل الحرب.

بالطبع كان الارتباط بالولايات المتحدة ليس شرطًا للدعم، لدرجة أن العديد من الإنجليز، والمجريين، والإيطاليين استطاعوا الوصول إلى ألمانيا أو إلى أي مكان آخر في أوروبا بأموال روكفلر، وأكثر من مليون دولار كانت متاحة لتبادل العلماء في عشرينيات القرن العشرين. عملت الاتصالات القديمة والقنوات من جديد في منتصف العشرينيات من القرن

الماضي على أقصى تقدير، وكانت هناك شبكة معقدة من العلاقات بين جوتنجن ومجلس التعليم الدولي. وبذلك تم حل مسألة النقود ولم يعد هناك شيء يقف في طريق الازدهار الفكري. كان يحدث دائمًا في تاريخ الفكر الأوروبي، أن أفضل عقول الجيل كانوا يجتمعون في مكان ما لينجزوا عملًا مشتركًا. كانت أثينا هي هذا المكان في اليونان القديمة، كما كانت باريس في فرنسا. وأكسفورد أو كامبريدج في إنجلترا، ونابولي أو روما أو فلورنسا في إيطاليا. بينما في ألمانيا كانت توجد تجمعات العباقرة في ضواحي المقاطعات البسيطة غالبًا، والذين لم يسمع عنهم أي أجنبي أبدًا من قبل. وفي مدينة فيينا عام 1795، مجموعة صغيرة من صِبية الفلاسفة الواثقين جدًّا في أنفسهم (هولدرلين، ونوفاليس، وشليجل، وشيلينج، وهيجل، تحت إشراف كل من فيشته وشيللر) قاموا بتأسيس مذهب المثالية الألماني. وكانت جوتنجن في فترة ما بين الحرب العالمية الأولى والثانية (وبتعاون محدود مع كوبنهاجن، وزيورخ، وميونخ) هي مكان التألق السحري. وما كان يحدث هناك في الرياضيات والفيزياء، كان هو نقطة الانطلاق للتطور المذهل، الذي جاء بعد نهايته المؤقتة بعشر سنوات فقط الفيزياء النووية الحديثة، على يد أساتذة الفيزياء وحشد كبير جدًّا من الشباب، المتنوع والعالمي بشكل متزايد، اجتمعوا في عالم الرياضيات والفيزياء، ذلك الذي أنشأه كلاين وهيلبرت منذ بداية مطلع القرن. والإمكانيات التي افتتحها هذا، بدت أنها تخضع فقط لحدود خيال خاص. لم يكن أفقهم مقيدًا في مدرسة فكرية معينة، وكان الشباب يتهكمون على «غريبي الأطوار تمامًا[181]» كأينشتاين، الذي لم يرغب في اتباعهم، عندما كانوا على استعداد لأن يضحوا بحجر الزاوية بسبب نتائج تجاربهم مثل الحتمية في الفيزياء.

181- كتب روبرت أوبنهايمر عن ألبرت أينشتاين في رسالة إلى شقيقه. مقتبس من: كاي بيرد ومارتن شروين، جيه روبرت أوبنهايمر، برلين (بروبيليا) 2009، صفحة 76.

وكانت أداتهم، إلى جانب المحاولات، الرياضيات، التي يبدو استخدامها بلا حدود، بشرط أن يوازن المرء البديهيات النظرية فقط بتجربة مدركة صحيحة. لقد كان جيلًا مغرمًا أيضًا بوسائله، لدرجة أن الواقع بدا كأنه مجرد شرح لمعادلاتهم. وعلى كل حال فقد استمتعوا بالتزلج على أرضية فلسفية كانت متقلبة بشكل واضح.

تعلمت التشكك في جميع المفاهيم الفيزيائية كقاعدة للنظرية. لكن بدلًا من ذلك، يجب علينا وضع ثقتنا في مخطط رياضي، حتى لو ظهر للوهلة الأولى أن المخطط غير مرتبط بالفيزياء. يجب علينا التركيز على الوصول للرياضيات المثيرة للاهتمام.

بول ديراك[182].

فجوة رهيبة في المعقولية

لطالما حفزت الفيزياء الرياضيات للتوسع في مجالات جديدة. في حين لم تكن الهندسة أكثر من قياس للمجال، والحساب التفاضلي هو حل لمسائل الحركة الكوكبية. ومع ذلك، لا تبقى الرياضيات مرتبطة دائمًا بمصادر إلهامها، لكنها سرعان ما تبدأ في التجريد، وتداعي الأفكار، لوضعها في عالمها التحليلي الخاص. وفي مرحلة ما، حين لم يعد ممكنًا رؤية المصدر، تصبح لعبة مُجرَّدة برموز تجعلها مدفوعة بشكل أساسي بالاعتبارات الجمالية. باختصار، يبدو أنها تصبح فنًّا للفن وتلتف حول نفسها. تكون جيدة فقط، إن قام بها أشخاص نادرون ذوو ذوق رفيع. تعود أحيانًا إلى بداياتها في الفيزياء على مسارات متعرجة، ولكنها على كل حال أضحت علمًا قائمًا بذاته وله قواعده الخاصة. وهذا ما رآه عمومًا يوهان فون نويمان بعد عشرين عامًا من

182- مقتبس من، بيزي رستم ماساني: نوربرت فينر، حياته وأعماله 1894 - 1964، بازل (بيركهويزر)، 1990، صفحة 6.

تطور علم الرياضيات[183]. على وجه التحديد، كان بجانبه بول ديراك (الذي ولد عام 1902، وتوفي عام 1984، وحصل على جائزة نوبل في الفيزياء عام 1933)، بطل الروايات الأكثر مرحًا في تلك الحقبة، والذي توقف في جوتنجن.

مَرَّ ديراك بطفولة صعبة مع والد مستبد. كان صامتًا للغاية، ويعود ذلك إلى أنه عندما كان طفلًا لم يُسمح له بالتحدث على الطاولة سوى بالفرنسية، على الرغم من أنه لم يكن يتقن اللغة وكان يُعاقب بقسوة على أي خطأ. انتحر أخوه في سنوات شبابه دون أن يترك مذكرة وداع. كان بول ديراك باردًا بشكل لا مثيل له وقد عانى من متلازمة أسبرجر في طفولته. صار يتحدث بعدها بجمل خبريَّة قصيرة، منطقية وواضحة، وصم آذانه عن الفروق الدقيقة في الأحاديث اليومية. وبالتالي فقد أصبح هو الأغرب بين علماء ميكانيكا الكم (بحسب تقدير بور). ذات مرة كان يلقي محاضرة، وبعد ذلك حضر أحد المستمعين، لم يفهم المعادلة الموجودة أعلى السبورة ناحية اليمين. وبناء على ذلك تهاوى ديراك في إجهاد عصبي صامت. وعندما طُلب منه بعد فترة، الإجابة عن السؤال، قال: «لم يكن هذا سؤالًا، بل ملاحظة». وفضلًا عن هذا كان شديد الحياء، كطفل قادم من حقبة ما بعد العصر الفيكتوري. ومع ذلك فقد نجح في وقت ما، في إيجاد أسباب منطقية للزواج والعثور على المرأة المناسبة له. كان الأمر يدور حول أخت يوجين ويجنر (الحاصل على جائزة نوبل في الفيزياء عام 1963). قدم ديراك زوجته ذات مرة إلى أحد معارفه القدامى الذي لم يكن قد سمع بخبر زواجه وربما لا يمكنه تخيل شيء من هذا القبيل: «هذه أخت يوجين ويجنر». وسواء إن كانت تلك القصص صحيحة أم لا، فلم يعد هذا مهمًّا، ذلك لأنها حدثت

183- عالم الرياضيات. في: جون فون نيومان، الأعمال المجمعة، المجلد الأول، نيويورك (بيرجامون) 1961، صفحات 1 - 10.

وصارت جزءًا من التراث الفيزيائي.

امتلك ديراك عقلًا منطقيًّا ممتازًا من الدرجة الأولى. وعندما كان يتعرف على مسألة فيزيائية، كان يجهز لها في الحال أداة رياضية، ليتعامل معها. بينما كان الفيزيائيون يعانون بعض الشيء من الطابع الكلاسيكي، أن أحجامًا قد ظهرت في ميكانيكا الكم، لم تكن تبادلية، وهكذا عرف ديراك هذه الظاهرة منذ وقت طويل من انشغاله بالكواتيرنيون (كانت هذه الأعداد رباعيَّة الأبعاد، امتدادًا للأعداد المُركَّبة، التي كانت بدورها امتدادًا للأعداد الحقيقية)، والهندسة الاستنباطية. أيضًا لم يدهشه، أنه في معادلة شرودنجر الموجيَّة، الصفة الحاسمة في ميكانيكا الكم، أنها جاءت فجأة بعدد مُركَّب، مفهوم أصلي مجرَّد بهدف حل المعادلات الرباعيَّة، والذي لا توجد به إشارة للطبيعة في صياغته الأولى. من ناحية أخرى كان لدى ديراك الهدف الجمالي اللازم، لجعل أفكاره تصبح رياضيات كاملة بنفسها، كما تنجح عادة الأجيال التالية.

كان يوجد في كامبريدج بعض من أفضل الفيزيائيين التجريبيين والمعامل في العالم، لكن لم تستطع الفيزياء النظرية أن تساير المجموعة الأوروبية الأعلى. بالنسبة لديراك، الذي كان يتحدث بالكاد، لم يوجد أحد، يُمكنه التحدث معه عن ميكانيكا الكم، التي كانت هي الشيء الوحيد الذي يثير اهتمامه، منذ أن مَسَّته وتعلَّق بها. لكن هذا يعني، أنه كان متأخرًا دائمًا بضعة أشهر عن أحدث التطورات، لأن المجموعة التي تشكلت حول بور وهايزنبرج وبورن، كانت قوية جدًّا، حتى يتمكن من تجاوزها بمفرده. كذلك كان عليه في عامي 1926 و1927 أن يرتحل إلى كوبنهاجن وجوتنجن طوعًا أو كرهًا، كي يصبح معروفًا لدى بقيَّة

علماء ميكانيكا الكم الآخرين[184].

أصبح ديراك مُساعدًا فيزيائيًّا حقيقيًّا في جوتنجن، لكن عرقلت شخصيته، من أن يصير شخصًا مثمرًا خلال إقامته بمقاطعة ساكسونيا السفلى، مثلما يُمكن أن يصبح. فمثلًا كان يعمل مثل باسكوال جوردان على نظرية المجال الكمي، لكن لأن جوردان كان لديه نهج وتركيز مختلفان، فلم يهتم ديراك بعمله. لفت انتباهه فقط، مرة واحدة خلال تلك الفترة، عندما ظهرت قصيدة مُسيئة تهجو الجيل القديم من الفيزيائيين:

تقدم العُمر حُمَّة مُرجفة،
تدفع بكُلِّ فيزيائي للخوف،
من تفضيل الموت على حياة جامدة،
عند تجاوزه الثلاثين[185].

تفاهم فقط بشكل مفاجئ مع روبرت أوبنهايمر (1904 - 1967). فقد قدم كلاهما معروفًا للآخر، بالرغم من إمكانية تلافي أيّ خلاف بينهما، فعلى الأقل تشابها في افتقارهما للبراعة. خرج أوبنهايمر من المؤسسة اليهودية ذات الحالة الجيدة في الساحل الشرقي، لديه ثقافة واسعة، خبيرًا في الأدب، والتاريخ، والفلسفة، وينظم أيضًا الشِّعر. كان إنسانًا ليليًّا، ذا نزوات، اجتماعيًّا، والمحيطون به أغلبهم ذوو أعصاب مرهقة في أغلب الأحيان. قال إزيدور رابي في هذا الصدد ذات مرة: «يعلم الله أنني لست بالشخص الهين، لكن مع أوبنهايمر فإنني كنت

184- للمزيد عن لقاء ديراك الأول مع ميكانيكا الكم وإقامته في جوتنجن انظر إلى: جراهم فارميلو، أغرب رجل، لندن (فابر وفابر) 2009، صفحات 83 - 130.

185- مُقتبس من: جراهم فارميلو، أغرب رجل، لندن (فابر وفابر) 2009، صفحة 131.

ساذجًا جدًّا جدًّا[186]». لديه نزعة كئيبة (بدت ملحوظة، خاصة عندما زارته عائلته)، وكان لديه سلوكًا اجتماعيًا غريبًا. بدأ أبحاثه في هارفارد في مجال الكيمياء، لكنه أدرك بعد انتهاء دراسته، أن مستقبله يكمن في الفيزياء، لهذا ظلَّ في أوروبا حتى حين، لأن أمريكا في عام 1925 لم تكن تعرف شيئًا عن ميكانيكا الكم. ذهب إلى كامبريدج، لكنه ظل أكثر اكتئابًا هناك، لأنه كان مطلوبًا من الفيزيائيين القيام بعمل مختبري جعله يغمى عليه أكثر من مرة. وقد حاول نتيجة إحباطه، قتل مدير دراساته بتفاحة مسمومة، وعجز عن تفسير ذلك، وأصيب بانهيار اكتئابي شديد. وبمجرد شروعه في قراءة بروست تحسن مزاجه مرة أخرى، وأدرك بأن محاولة تغيير المكان ستكون فكرة جيدة. وكذلك مدَّ جسور الاتصال مع جوتنجن، إلى ماكس بورن، الذي استقبله بكل سرور، ذلك لأن والد أوبنهايمر كان قد نجح بفضل علاقاته الجيدة في إسدال الصمت حول قصة التفاحة. وفي جوتنجن أقام بنفس المنزل الذي يعيش فيه ديراك، لدى طبيب، فقد تصريح مزاولة مهنته بسبب تخبطه وتأجيره الغرف. ازدهر أوبنهايمر، كما يُمكن الاستنتاج من خطاباته إلى الوطن: «علماء الطبيعة هنا أحسن حالًا من علماء الطبيعة في كامبريدج وعلى الأرجح أحسن من أي مكان خلاف ذلك. فالناس هنا يعملون كثيرًا ويجمعون بين اليقين الميتافيزيقي الذي لا يتزعزع، وبين العادات المتهورة لمصنعي ورق الحائط. ولذا فإن العمل، الذي يجري هنا، تقريبًا به فجوة رهيبة في المعقولية، وهو ناجح جدًّا... وأجده شاقًّا، لكنه والحمد لله، بالكاد ممتع[187]».

ويذكر أنه ربما كانوا خمسين فيزيائيًّا ورياضيًّا، هم الذين فكروا في نظرية ما في السنوات الحاسمة، نظرية زعزعت العالم في النهاية. ظلوا

186- مقتبس من: كاي بيرد ومارتن شروين، جيه روبرت أوبنهايمر، برلين (بروبيليا) 2009، صفحة 80.

187- مقتبس من: كاي بيرد ومارتن شروين، جيه روبرت أوبنهايمر، برلين (بروبيليا) 2009، صفحة 71.

مرتبطين بعضهم ببعض أيضًا حتى بعد عام 1927، وقبل كل شيء في التبادل العلمي وتذكر شبابهم المشترك المليء بالمغامرة، وأنهم انغمسوا بعد اندلاع الحرب العالمية الثانية، وبطريقة حالكة، في السباق لبناء القنبلة النووية الأمريكية الألمانية، تحت قيادة أوبنهايمر وهايزنبرج. وبعدها بخمسة عشر عامًا صار تقريبًا كل شباب الفيزيائيين السابقين منشغلين بتنفيذ برنامج الأسلحة النووية المختصة. كانوا يعرفون بعضهم بعضًا منذ صباهم، فلم يكونوا خائفين من قدرات الآخرين. أثمر النطاق الحيوي الرياضي المرح، الذي خلفه كلاين وهيلبرت في جوتنجن وحشًا في ظل ظروف الحرب.

استغرقت ميكانيكا الكم محاولات طويلة، من حيث المحتوى، كي تبلغ ذروة تطورها بشكل رسمي في منتصف العشرينيات. كان ماكس بلانك قد أدرج سلفًا في عام 1900، مصطلح أثر وحدة الطاقة، واقترح أينشتاين في كتابه أنوس ميرابيليس أو سنة العجائب عام 1905، بأخذ ميكانيكا الكم تلك على محمل الجد وليس فقط أنها مجرد أرقام. وعلاوة على ذلك فقد كانت هناك مجموعة كبيرة من النتائج التجريبية في المجال النووي تحت تصرف عالم الفيزياء الشاب (وجميع الآخرين)، والتي لم تكن لديها أيّ نظرية بعد. من ناحية أخرى فقد تكوَّن رصيد كبير من تقنيات الرياضيات في العقود الأخيرة، والتي جهزها وهيأها ريتشارد كورانت ودافيد هيلبرت سنة 1924، في كتاب مشترك تحت عنوان «طرق الفيزياء الرياضية». كان من الممكن أن يتخطى إمكانيات الفرد في جميع البيانات والرياضيات الصحيحة لعمل نظرية كبرى جديدة (علمًا بأن سلوك علماء فيزياء الكم في هذه المرحلة المبدعة كان يتمثل في «فن تخمين المعادلات الصحيحة[188]»، وأقل في الاستنتاج

188- ماكس بورن، التفسير الإحصائي لميكانيكا الكم. في: ماكس بورن، تغيرات الفيزياء في عصري، الطبعة الرابعة، براونشفايج (فيفج) 1966، صفحة 175.

المنطقي). نظرية فكرية عريضة هكذا مثل ميكانيكا الكم لا يمكن أن تنشأ إلا في مجتمع حيوي (والذي تخطى حدود جامعة جوتنجن في هذه الحالة، حيث كانت تُنشر كل نتيجة بسرعة هائلة)، مجتمع تحتك فيه الأفكار ببعض، تُجمّع وتُجهّز معًا. كانت مؤسسة هيلبرت لها مثل هذا الصدى، وكان من الطبيعي أن يقصدها كل علماء الرياضيات والفيزياء الطموحين، كي يشاركوا في أمر جَلَل، يستطيعون رؤية نشأته والشعور به.

تغيب حتمية الفيزياء الكلاسيكية في ميكانيكا الكم، والتي بموجبها يمكن تحديد السبب والنتيجة بوضوح في الطبيعة الجمادية. وقد اتضح في كلمات بور أن «تحتوي كل عملية ذرِّيَّة على سمة من الانقطاع، أو بالأحرى الفردية، الغريبة تمامًا عن النظريات الكلاسيكية[189]». لا يمكن التعبير عن موقع وزخم الجسيمات إلا كاحتمالات. كيف ينبغي تصور كل هذا؟ ميكانيكا الكم نظرية، تستعصي على حواس الإنسان. وفي أحسن الأحوال، تكمن إمكانية الرياضيات المجرَّدة في توسيع امتداد الحواس؛ بطريقة ما، يجب على الإنسان تطوير المنطق إلى أداة حدس من خلال الممارسة[190]. لكن مَن يستطيع القيام بذلك؟

تطورت ألعاب العقل في منتصف العشرينيات حول بناء الذرَّة في مكان مختلف أيضًا، وسرعان ما أعطى كل من فرنر هايزنبرج، وبول ديراك، وإرفين شرودنجر صياغاتهم الخاصة بميكانيكا الكم. وقد أدَّى هذا الوضع الفوضوي للنظرية إلى عملية تضخم شديدة. وسرعان ما اتضح أن الأوصاف كانت متكافئة، بحيث يمكن انتقال بعضها داخل بعض. ومع ذلك، كانت الحيرة والغموض يدوران حول مفهوم النظرية،

189- نيلز بور، مُسلَّمة الكم والتطورات الحديثة في النظريَّة الذرِّيَّة. في مجلة العلوم الطبيعية (دي ناتورفيزنشافتن)، المجلد السادس عشر (1928)، صفحات 245 - 257.

190- انظر ليونارد سسكيند، ميكانيكا الكم، لندن (بنغوين) 2014، صفحة 51 وما يليها.

لأن النتائج النهائية، لا يمكن تفسيرها بوضوح. وقد أدت ميكانيكا الكم إلى ظهور نظرية، يمكن حسابها، وكانت نتائجها متسقة مع التجارب. لكن ظَلَّ من الصعب إدراك معناها. كان لحالات الانهيار في المصفوفات (مثل الدالات الموجيَّة)؛ آثار مترابطة ومتزامنة في أماكن مختلفة، كانت النتائج محتملة وغير مؤكدة وتعتمد دائمًا على الملاحظة، كأن المُتابع لها هو مَن يصنع حقيقتها، كيف ينبغي عليه التعامل معها؟

ميكانيكا الكم ليست مُجرَّد ميكانيكا كلاسيكية بسيطة، فهي تضيف شيئًا مميزًا إلى مجال الجسيمات دون الذرِّيَّة. فما يحدث في الميكانيكا الكلاسيكية يتجاوز مجال تصورنا. يمكننا أن ندرك بشكل حدسي، ما تصفه حسابات علماء الفيزياء (نحو مسار مقذوف كرة ما). لدى الأنظمة الكلاسيكية حالة، ويمكن مساواة هذه الحالات، بوضع القياس في معادلة، تستوعب أيضًا الحالة. لكن في ميكانيكا الكم يتهاوى الوضع والقياس. ولا يستطيع أحد تخيل شيء من هذا، لكن في هذا الشرط يمكن العثور على الرياضيات التي تصف ظواهر العالم الكمي بدقة. إن الخطوة نحو هذه الفيزياء الجديدة، التي يُستبدل فيها الحدس بالرياضيات، هي بمثابة شقلبة للخلف في أحضان عَقْلانيَّة مُجرَّدة للغاية.

لم يعد هيلبرت يشارك بفاعلية في تطوير ميكانيكا الكم، لكنه تابع باهتمام يليق بحرفيٍّ عجوز، ما فعله الصبية الفيزيائيون في ورشته. ولمواكبة ذلك، ألقى محاضرة كتعليق مستمر حول الأساليب الرياضية لنظرية الكم والتي رافقت تطورات عامي 1926 - 1927 في زمن حقيقي، ولأن نظرية الكم بالكاد يتم تمييزها عن رياضياتها، فإن الموضوع قد دار حول محاضرة عنها. «هيلبرت بلا شك أحد القلائل الذين فهموا التداخل الجسدي والبنية الرياضية للنظرية الجديدة بشكل

كامل في هذا الوقت، بما في ذلك المشكلات التي لا يزال يتعين حلها [...] استخدمت نظرية الكم أدوات الرياضيات، التي طوَّرها هيلبرت نفسه بشكل كبير من قبل[191]». كانت مصادفة رائعة له، أن تظهر فجأة لغة علماء ميكانيكا الكم من بين أعماله الرياضية في مطلع القرن: «لقد طوَّرت نظرية التغير الكثير الأبدي من الاهتمام الرياضي المجرَّد واستخدمت مصطلحات التحليل الطيفي، دون أن أعرف، أن هذه ستحقق الطيف الحقيقي للفيزياء ذات يوم[192]». اعتادت كتب تعلم الفيزياء على تسميتها «مجال هيلبرت» بعد هذه المحاضرات، البنية الأساسية الرياضية والتي فيها تمت صياغة ميكانيكا الكم. لكن أكثر ما كان يرضي هيلبرت في معظم الأوقات في نظرية الكم كانت فرصة الفيزياء، التي تدرك في البديهيات وبذلك يمكن تحويلها إلى علم رياضيات نقي، كهدفه العظيم، الذي صاغه بالفعل في محاضرته بباريس.

«الرؤى والثقافة الفكرية» لميكانكا الكم، كما قال هيلبرت في محاضرات 1926-1927: «المطالبة بالمنافسة، من خلال صياغة بديهية طبقًا للمبادئ ووجهات النظر، التي استعملها من الآن فصاعدًا كوجهة نظر لتأسيس الهندسة. [...] أعتقد، أنه قبل كل شيء، من أجل فهم هذه الأفكار، فإن التنبؤات الفيزيائية غير ضرورية، بل فقط منطق الصيغ المجرد[193]». لا ينبغي أن تُصاغ الفيزياء فقط عبر لغة الرياضيات، بل يتم استنتاجها أيضًا من المبادئ الأساسية البسيطة المتسقة. وقد طوَّر هيلبرت نظرية في الهندسة عن البديهيات، والتي تصف أيًّا من العلاقات بين المواضيع الرياضية المحددة التي يتم تحقيقها عبر

191- هاينس يورجن شميت، وأولريش ماير، وتيلمان زوير، مقدمة لمحاضرات هيلبرت حول نظرية الكم. في: محاضرات دافيد هيلبرت حول أسس الفيزياء، برلين (شبرينجر) 2009، صفحة 505.

192- دافيد هيلبرت، التعرف على الطبيعة والمنطق. في: هيلبرت، جمهرة المقالات، المجلد الثالث، صفحة 381.

193- محاضرات دافيد هيلبرت حول أسس الفيزياء، برلين (شبرينجر) 2009، صفحة 698.

الهندسة الحديثة. وبالنسبة لميكانيكا الكم فقد أراد أن يدرك شيئًا معادلًا؛ فبدلًا من النقاط والخطوط، كان الموضوع يدور حول سعة الاحتماليات، التي أراد هيلبرت أن يحدد علاقاتها عبر البديهيات. وفيما بعد «أداة تحليلية بسيطة» للتطوير، «تظهر فيها الكميات، التي تحقق نفس العلاقات بالضبط». وعند وضع الأداة المنطقية، يمكن العثور على التجارب والواقع، الذي يوجد به «التفسير الفيزيائي[194]»، وباختصار، فإن هيلبرت قد وجد أخيرًا في ميكانيكا الكم الفرصة المناسبة لتطبيق الطريقة البديهية في الفيزياء.

ينعكس في ميكانيكا الكم سلوك الرياضيات والفيزياء. عالم فيزياء شاب يخمن أو يحسب ببساطة نظرية رياضية ما، ويتساءل فيما بعد، ما الذي يمكن أن تتضمنه من الناحية الفيزيائية؟ كتب بول ديراك متذكرًا: «يبدو الشخص في طريق مؤكد للنجاح، عندما يعمل فقط على وجهة نظر روعة المعادلات وتكون لديه رؤية قويَّة. وحتى إن لم يكن لديه تطابق تام بين عمله والتجربة، فلا ينبغي عليه أن يُحبط، لأن التفاوت يمكن أن يحدث فقط بسبب التفاصيل، التي لم تتم مراعاتها بالشكل الكامل، والتي سوف تزول من خلال أي تطور جديد للنظرية[195]». تخيل ديراك فيزيائيًّا: «تجد لها تقدمًا مستقبليًّا، فيها يكتشف المعادلات أولًا، وبعدما يفحصها، ويتعلمها بشكل تدريجي، ثم يستعملها[196]».

ما دامت الرياضيات رائعة وجيدة، فلا ينبغي على الفيزيائي أن يُعمل الفكر على الأقل حيال خطر التناقضات مع النظريات القديمة.

194- دافيد هيلبرت، وجون فون نيومان، ولوثار فولفجانج نوردهايم، أسس ميكانيكا الكم. في: جون فون نيومان، الأعمال المجمعة، المجلد الأول، نيويورك (بيرجامون) 1961، صفحة 105. وانظر أيضًا ماكس جامر، التطور المفاهيمي لميكانيكا الكم، لوس أنجلوس (توماش) 1989، صفحة 325.

195- بول ديراك، تطور الصورة الفيزيائية للطبيعة. في: مجلة ساينس، عدد مايو 1963، صفحة 47.

196- بول ديراك، تطور الصورة الفيزيائية للطبيعة. في: مجلة ساينس، عدد مايو 1963، صفحة 53.

في تصور هيلبرت منذ عشرينيات القرن الماضي، كانت الرياضيات تابعة للفيزياء كذيل الكلب بحسب وصفه. والطريقة البديهية، التي يبدو أنها تثبت نفسها في فيزياء الكم، وضعت منطق الرياضيات في المقام الأول، كما كان يحلم هيلبرت دائمًا.

لم يكن له علاقة بالصياغة المجردة للنظرية. وفي مقال، كتبه مع يوهان فون نويمان لحوليات الرياضيات، كان عليه ذكر، أن بديهياته لميكانيكا الكم لا تزال غير مكتملة بعد، وأن عملية العثور على الروابط الفيزيائية ما زالت تتعلق بكثير من التكهنات رغم كل الرياضيات، وأن التفسيرات الشكلية كصورة للواقع ستكون قضية شائكة[197]. وبالمعنى الدقيق للكلمة، فإن البديهيات في الفيزياء -كما وعدت المناهج الجديدة في هذا الصدد- ما زال أمامها الكثير لتفعله. لم يكن هذا وضعًا جيدًا، وكان الأمل متذبذبًا بوضوح في هذا العمل، في أن يعتني الشباب بالبقية. وضع هيلبرت هذا العمل بثقة بين يدي نويمان، الذي سرعان ما بدأ في تأليف كتاب (لم يكتمل حتى الآن) عن إعادة الهيكلة البديهية لميكانيكا الكم.



197- «من الصعب فهم نظرية كتلك، إذا لم نميز بوضوح بين هذين الأمرين، الشكلية وتفسيرها المادي. يجب أن يتم هذا التباين بأكبر قدر ممكن من الوضوح، فوفقًا للحالة الراهنة للنظرية، ليسوا على استعداد حتى الآن لتبرير البديهيات الكاملة». دافيد هيلبرت، وجون فون نيومان، ولوثار فولفجانج نوردهايم، أسس ميكانيكا الكم. في: جون فون نيومان، الأعمال المجمعة، المجلد الأول، نيويورك (بيرجامون) 1961، صفحة 106.

من بين جميع عمالقة الفلسفة، كان لايبنيتس يتطلع إلى جوهر الرياضيات، حيث كانت جزءًا عضويًّا وهامًّا في نظامه الفلسفي.

هيرمان فايل[198].

البراهين الكاثوليكية

عند هذه النقطة يكون من الضروري التحدث عن جوتفريد فيلهلم لايبنيتس. لأنه إن كان المتنزهون الثلاثة عند بركة قلعة كونيجسبرج قد اكتشفوا لايبنيتس كنموذج رياضياتي وفلسفي، لكان هيلبرت قد وفَّر كثيرًا من سنوات حياته الأخيرة. كان كلاهما لديه نفس الحلم، باستخدام الطريقة البديهية لجعل الرياضيات -وفي الواقع كل العلوم الأخرى أيضًا- لعبة صيغ إلهية، أبدية، لا تُقهر. وقد ميزا بوضوح اختيار الكلمات، والقصد منها أيضًا (فقد أراد لايبنيتس إنقاذ العالم، أما هيلبرت فقد أراد إنقاذ الرياضيات فقط)، لكن الفكرة، في تحويل العمليات الرياضية إلى عمليات آلية، كانت هي نفسها في الأساس. ولأن لايبنيتس كان مختلفًا عن هيلبرت، فقد كان عبقرية عالمية، واقترب جزئيًّا من التنفيذ الفعلي للفكرة أكثر من هيلبرت الذي لحقه بمئتين وخمسين عامًا.

ولإعفاء هيلبرت، يجب أن يقال إن تفكير لايبنيتس لم يكن سهلًا استنتاجه على علماء الرياضيات. كان في الغالب مشتبكًا ومعقدًا، ويشرع دائمًا وأبدًا من جديد، بشكل مختلف في كل مرة، وكانت تظهر

198- هيرمان فايل، فلسفة الرياضيات والعلوم الطبيعية، ميونخ (أولدنبورج) 1966، صفحة 15.

شخصيات جديدة، ومواضيع وعلاقات على ساحته الداخلية بشكل مستمر وتختفي سريعًا كذلك. باختصار؛ فإن تفكيره كان يشبه الحلم. وقد صدر عنه المبدأ القائد، والهدف، والعادة المنظمة. وحيث لم توجد نقطة ثابتة، كان من الممكن فقط إنشاء شيء غير منتظم ويظهر مصادفة. في هذا الحلم كان يصادف موضوعًا جديدًا بشكل دائم، يتوه فيه ويشغله طويلًا بالمثل، حتى يأتي موضوع آخر، في شكل كاتب رسالة، أو موكل، أو شخصية ساحرة، أو ببساطة مُجرَّد موضة ما. ظل دافعه للتأمل المستمر مماثلًا فقط، ففهم العالم عبر نظام من الأفكار الحكيمة. لكن ما الذي يجب أن يفعله عالم رياضيات من أبناء مُزارعي بروسيا الشرقية؟

كان لايبنيتس -وهذا نادر جدًّا بين علماء الرياضيات- متأخرًا في الانضمام إلى مهنته. وقد ترعرع في عالم صدمته حرب الثلاثين عامًا. ولد قبل نهاية هذه الحرب بعامين في 1646 في لايبتسيج. حيث غابت القناعات حول الله، والدولة، والطبيعة، تلك الأمور التي كانت تجعل الحياة في العصور الوسطى محتملة وسهلة في الغالب. وقد سرى هذا خاصة على ملك العلوم السابق، علم اللاهوت، الذي عمل في المستقبل على الفضيحة الهائلة لانشقاق الكنيسة، ولم يعد يصلح كدعامة للصورة العامة. نشأ في هذا العالم المتزعزع علميًّا، كابن وحفيد لأستاذ جامعة. توفي والده في وقت مبكر، ولكنه خلف وراءه مكتبة مصنفة جيدًا، والتي كانت بالنسبة للايبنيتس عوضًا عن الأب. وفي سن الثامنة، بعد عامين من وفاة الأب، استقر هناك، وعلم نفسه قراءة اللغات القديمة، غرق في كتب التاريخ، وقراءة الكلاسيكيات، التي حفظ بعضها عن ظهر قلب. وفي سن الثالثة عشرة أصبح قادرًا على كتابة قصيدة عيد العنصرة بدلًا من طالب مريض، وقد كتب ثلاثمئة بيت شِعريّ مكتوبة بالبحر سداسي التفعيلة في صباح يوم واحد فقط، ثم سردها فيما بعد وسط تصفيق

عام. في أبريل عام 1661، انتقل إلى الجامعة في مسقط رأسه لدراسة الفلسفة. بعدها بعامين، وهو في سن السابعة عشرة، أنهى دراسته. أثناء دراسته كان المنطق والرياضيات يُحلِّقان دائمًا في مرمى بصره. لكن لا يزال يتم تدريس كلاهما بأسلوب مدرسي، ولم يكن يوجد حينها شيء آخر مختلف في لايبتسيج. في وقت لاحق، صار لايبنيتس في باريس مدركًا بشكل مؤلم أن هذه الصيحة المعرفيَّة الأكثر قساوة لم تصل بعد إلى ألمانيا الوسطى.

ولكي يُنهي لايبنيتس دراسته، كتب في عام 1666، أطروحة الفنون التوافقية (اقترب منها نيوتن أيضًا، عندما ابتكر التفاضل) وفيها قدَّم برنامجًا منطقيًّا شاملًا. تآلفت توافقياته كخطوة أولية من تشريح مقولات العلوم، والتي كانت في النهاية تكشف عن أبسط مصطلحاتها. ففي علم اللاهوت، على سبيل المثال، كان ينبغي شرح مصطلح الثالوث، من خلال توضيح مبدئي، بالمقصود من الآب والابن والروح القدس. ومن المبادئ الأساسية يتم استنتاج المصطلحات المعقدة، تمامًا كما يمكن فهم الرقم ثلاثين كمنتج للأعداد الأولية الثلاثة 2-3-5. هذه المصطلحات الأبسط كان عليها أن تشير إلى ما بعدها بواسطة الرمز والبرهان، كعناصر أولية لحساب التفاضل والتكامل المفاهيمي، كما يمكن اعتبار أن الأعداد الأولية عناصر أولية للأعداد الطبيعية. وفي الخطوة الثانية طوَّر لايبنيتس شكلًا لكيفية التعامل مع هذه الرموز المفاهيمية ودمجها، بغض النظر عن محتواها الخاص ومعناها. لا ينبغي لقواعد تلك التوافقيات المجرَّدة أن تتيح فقط إمكانية التحقق من صحة الحُجَّة أو الاستنتاج، ولكن يجب أن تؤدي أيضًا إلى مصطلحات وجمل مركبة جديدة. لقد كان علمًا، يمكن استخلاصه من مصطلحات بسيطة من حيث المحتوى والبنية «منطق كامل للاكتشاف» وبهذا يكون

«مفتاحًا لكل العلوم[199]». فكرة خيالية، لم تظهر فائدتها للأسف إلا بعد مرور مئتين وخمسين عامًا، عندما تم الاعتراف بها كأب روحي في اختراع الكمبيوتر.

بقليل من العشوائية، لكن مع اهتمام موجّه لكل شيء وشخص، جاء لايبنيتس إلى فرانكفورت، بعد انتهاء دراسته في الدراسات العليا ليتحصّل على شهادة الدكتوراة، حيث صنع إرثه المالي لأول مرة. لم تكن لديه وظيفة ثابتة، ولم يرد إطلاقًا أن يتعثر في وظيفة أستاذ جامعي في جامعة مقاطعة فقيرة، وكان يُفضِّل قضاء وقته في كتابة الخطابات، والمقالات، والفتاوى. كانت الأفكار تَرِد عليه كقطعان الحيوانات في مطلع الفجر. أحيانًا تكون حميمة وتُسبي وتجد مكانها في حديقة أفكار لايبنيتس. وأحيانًا يحسها غامضة ولا يستطيع تصنيفها. كان يصعب عليه بشكل عجيب، تقدير قيمة الفكرة الخاصة، وبسرعة شديدة تأتيه الفكرة التالية، قبل أن ينهيها ويقدرها. كان يشكو، أنه أحيانًا في الصباح، بينما لا يزال غافيًا ساعة أخرى في الفراش، تأتيه الكثير من الأفكار، لدرجة أنه يحتاج الصباح بأكمله وأحيانًا اليوم بطوله ليدونها[200].

ذات يوم جلس لايبنيتس في حانة قريبة من ماينتس، حيث كان يعتكف في هذا الوقت غالبًا، كي يؤلف أعماله العلمية. وهناك تعرف بالصدفة على البارون بوينبورج، أول وزير للأمير الأسقف. كان بوينبورج متأثرًا بذكاء لايبنيتس وعرف في الحال إمكاناته كمشرِّع ودبلوماسي. كان لايبنيتس يحتاج إلى وظيفة فدخل في خدمته في الحال كسيف قانوني ودرع (يمكن أن نُطلق عليه اليوم المستشار العام) لإمارة ماينتس.

199- لايبنيتس، مجموعة الكتابات والمراسلات (الإصدار الأكاديمي)، المجلد الثاني، الجزء الأول، جمع وتحرير: هاينريش شيبرس وآخرون، برلين (دي جرويتر) 2006، صفحة 9. رسالة إلى كريستيان داوم، بتاريخ 26 مارس (5 أبريل) 1666.

200- إدوارد بوديمان، مخطوطات لايبنيتس في المكتبة الملكية العامة، 1895، صفحة 338.

وإلى جانب بعض من الأوراق الغريبة عن المنطق والميتافيزيقيا والفلسفة الطبيعية والأخلاق، كتب أيضًا مقالة ذات أهمية كبيرة في ماينتس، «البراهين الكاثوليكية». ظاهريًا كانت تلك خطة واسعة النطاق لإعادة توحيد المسيحيين، وبالتالي لتهدئة أوروبا. إعداد عمل مطول مثل هذا أصبح هو النجم القطبي الذي يحدد اتجاه خطة حياة لايبنيتس. كانت تلك هي المرحلة التي تمثلت فيها أفكاره الجامحة منطقيًّا، على مسرح الأحداث العالمية، وطموحه حرك قلبه لإتمام هذا المشروع. لم تكن أبدًا الفكرة المركزية حربًا دينية جديدة، كالتي تزعج سياسة وسط أوروبا في الجيل التالي لحرب الثلاثين عامًا. وكيف تجنب الناس الشجار والاحتجاج؟ تحررت فيها كل مصطلحات الغموض ووضعت في نظام منطقي موحد طبقًا لأطروحة الفنون التوافقية، وأنه إن عُرِّفت المصطلحات وتم التعامل معها بوضوح، يمكن ألا ينشأ أي نزاع. فالمعرفة لا يمكن أن تكون متناقضة أبدًا، طالما أنها تخضع لقوانين المنطق.

كان الاتساق المنطقي، الذي يجب أن تتضمنه كل المعارف، أبسط الطرق للتأكد من أن جميع الافتراضات الحقيقية مستمدة من بضعة أسباب أولية، بغض النظر عن تسميتها بالمبادئ العليا، أو البديهيات، أو الصفات الإلهية، أو التفرد. يجب أن تستمد كل المعارف طبقًا لنظام بديهي يعتمد على نموذج إقليدس وليس الهندسة فقط. فبدلًا من تسوية الخلافات خلال الحرب -كدور البابا- يتم حسمها بمجرد التوصل إلى اتفاق حول المبادئ الأولية، عبر آلة حاسبة أو جدول منطقي. وإن كان هناك نزاع، فكل ما عليك فعله هو البحث عن المبادئ المشتركة ثم فهم الآثار المنطقية معًا حتى تصل إلى الفرضيَّة التي كانت موضع شك. ثم سترى ما إذا كان أحدهما أو الآخر على حق في ادعائه.

أراد لايبنيتس وضع الأساس النظري لمثل هذا المشروع (كانت فكرته الأساسية مثل التي كانت موجودة في برنامج هيلبرت). فقد امتدت كخط أحمر عبر حياته بأكملها. وأراد في إثباتاته الكاثوليكية (العامة، أو العالمية) توضيح ما يجب على كل مسيحي أن يكون قادرًا على المشاركة فيه؛ إثبات وجود الله، وإثبات خلود الروح وعدم ماديتها، وإثبات إمكانية حدوث المعجزات، وأخيرًا إثبات سلطة الكنيسة والكتاب المُقَدَّس. تلك كانت البديهيات. ولإنهاء ذلك بشكل نظيف، كان من الضروري شرح أساسيات أكيدة، والتي سماها لايبنيتس «عناصر الفلسفة». وبهذا فهم المبادئ الأولى للميتافيزيقيا (de Ente)، والمنطق (de Mente)، والرياضيات (de Spatio) والفيزياء (de Corpore) والأخلاق (de Civitate)[201].

«كل تلك الأمور كانت مترابطة ويجب أن تؤدي إلى نفس الهدف، وهو مجد الرب وتعزيز الصالح العام من خلال الأعمال المفيدة والاكتشافات الجميلة[202]»، هذا ما كتبه لايبنيتس لرب عمله المستقبلي الدوق يوهان فريدريش فون هانوفر. ولتأصيل كل المعارف، ينبغي ترتيبها أولًا. كان الأمر بالنسبة إليه بمثابة كاتدرائية لتمجيد الرب، بناها العديد من الحرفيين، الذين ارتبطوا بخطة بناء مشتركة. وحيث كان واضحًا أنه لن يتمكن أي عقل بمفرده من استيعاب كل المعارف وترتيبها، لذا فيجب تنظيم عمال البناء في كاتدرائية المعرفة بالأكاديميات. لعل مجتمعات الرجال المتعلمين، الذين خلقوا معًا شيئًا مفيدًا، قدموا خلاله بنية مترابطة للأفكار، تحررت من غُرفهم وخرجت للعالم لتصير مفيدة لهم ولجميع

201- انظر ماريا روزا أنتوجنازا، لايبنيتس، كامبريدج (مطبوعات جامعة كامبريدج) 2009، صفحة 90 وما يليها.

202- لايبنيتس، مجموعة الكتابات والمراسلات (الإصدار الأكاديمي)، المجلد الأول، الجزء الثاني، جمع وتحرير: أكاديمية برلين براندنبورج للعلوم/ أكاديمية جوتنجن للعلوم، الطبعة الثانية، برلين (دي جرويتر) 1986، صفحة 111. رسالة إلى الدوق يوهان فريدريش، بتاريخ 1678.

الآخرين. لذلك أسس مؤسسات من برلين إلى سانت بطرسبرج على غرار الجمعيَّة الملكيَّة في لندن (التي تأسست عام 1660) والأكاديمية الملكية للعلوم (التي تأسست عام 1666). كان العلماء الأفراد من خارج المجتمع مثل «الرمال دون جير» بالنسبة للايبنيتس[203].

دفعه شوقه نحو السلام الأبدي عن طريق العقل، أن يدرس كل المواد الممكنة، ويؤسس أكاديميات، ويوقع البابا والقيصر في شَرَك، ويكتب لمجموعة ما -كما تبين- خطابات ليست ضرورية. وبطبيعة الحال لم يتجاوز التجهيزات الأساسية في بناء كاتدرائيته العقلية. لكن ما خلفه وراءه في الفلسفة والرياضيات، من أفكار مبتكرة ومنحرفة، والتي بالرغم من ذلك كانت مثمرة أيضًا، وقدم منذ ذلك الحين مادة كافية للكثير بشكل واضح، لكنها كانت ضئيلة بعض الشيء للطموحين.

كانت المشكاة الأساسية لسياسة ماينتس في ذلك الوقت هي فرنسا، الجار القوي الموجود على الجانب الأيسر من نهر الراين، التي تأهبت لغزو هولندا. أُرسل لايبنيتس إلى باريس في مارس 1672، كي يعرض الخطة على لويس الرابع عشر، بأنه من الأفضل غزو مصر بدلًا من هولندا. فهناك، كما كانت حجة لايبنيتس (التي اقتنع بها لاحقًا نابليون بعد نحو مئة وثلاثين عامًا)، بجانب إزعاج الإنجليز، كان من الواضح أن غزو مملكة قديمة في الجنوب أجدى بكثير من احتلال المستنقعات الباردة في الشمال. فماذا تُمثِّل قنوات أمستردام مُقابل أهرامات الجيزة؟

بالطبع لم يهتم أحد في باريس بالخطة المصرية. وحتى لايبنيتس فقد اهتمامه بها، عندما ظل لأسابيع أمام مدخل القصر، حتى يُسمح

203- كما ورد عن لايبنيتس في خطته لكتابه سوشيتاس فيلادلفيكا عام 1669. لايبنيتس، مجموعة الكتابات والمراسلات (الإصدار الأكاديمي)، المجلد الرابع، الجزء الأول، جمع وتحرير: أكاديمية برلين براندنبورج للعلوم/ أكاديمية جوتنجن للعلوم، الطبعة الثالثة المنقحة والكاملة، برلين (دي جرويتر) 1983، صفحة 552.

له بالتحدث مع وزير الخارجية الفرنسي. لكنه وجد هناك شيئًا أعظم بكثير؛ الحياة العقلية في العاصمة، فقد كانت باريس بمثابة كشف مضيء له. والأعوام الأربعة والنصف التي كان عليه أن يقضيها هناك في مأموريات مختلفة، كانت بالتأكيد هي أسعد أعوامه ولعلها حتى هي الأكثر إثمارًا في حياته. فالكثير من أفضل معلمي أوروبا تجمعوا هناك، حيث خفق قلب التنوير، ونُسِجت الأفكار، وأثرت المعرفة المتنامية بشكل درامي في نقش السجاد. وكما هي الحال في الحب من أول نظرة اتضح أمامه الأمر فورًا، أن هنا سيكون مرفأ وطنه العقلي، والموطن الطبيعي لروحه. لكن لايبنيتس رأى سريعًا، أن رجلًا مثله، بلا مكانة، ولا ثروة، قادمًا من ألمانيا غير المتحضرة إلى باريس المستنيرة، يمكن أن يكون له بعض من النفوذ فقط إن صنع اسمًا له في علم الطبيعة. «لم أفكر في القانون أو الأدب أو المناظرات (الأمور التي كانت تُمثِّل مجال عملي الرئيس في ألمانيا) وبدلًا من ذلك بدأت في دراستي الجديدة بالكامل، كي أعمِّق فهمي للرياضيات [...] علمًا بأنني وجدت حقائق غريبة، والتي رغم ذلك كانت لها منفعة خطيرة[204]». فمنذ ديكارت وباسكال أصبحت الرياضيات أمرًا حتميًا، يجب على العالم المبجل إتقانها.

في خريف 1672، وجد في كريستيان هوجنس معلمه الوحيد الممكن، لتقارب قدراتهما الفكريَّة. كان هوجنس طفلًا للعصر الذهبي في هولندا، لم يكن يهتم باللاهوت، أو الفلسفة، أو السلام العالمي. كان تفكيره يحرز تقدمًا فقط في خطوات صغيرة محددة لكنها واضحة. كضفدع حقيقي، ظَلَّ يُراقب عن كثب (وكعالم فلك اكتشف تيتان أكبر أقمار زحل، واستدل على أن المشترى وزحل ليس لديهما آذان كما

204- لايبنيتس، مجموعة الكتابات والمراسلات (الإصدار الأكاديمي)، المجلد الأول، الجزء الأول، جمع وتحرير: أكاديمية برلين براندنبورج للعلوم/ أكاديمية جوتنجن للعلوم، الطبعة الثانية، برلين (دي جرويتر) 1986، صفحة 492. رسالة إلى الدوق يوهان فريدريش، بتاريخ 21 يناير 1675.

افترض جاليليو، بل حلقات) وقد كان ميكانيكيًّا دقيقًا (فصنع أفضل العدسات البصرية في عصره، وابتكر أول ساعة بندولية)، كان يتجنب الروابط الكبيرة والمنعطفات.

أدرك هوجنس في لايبنيتس التنوع الخلقي في تحدي العبقرية الرياضية. كان ابن مدينة لايبتسيج البالغ من العمر وقتها 27 عامًا، كبيرًا جدًّا بالنسبة لعالم رياضيات، كي يحقق المزيد. لكنه هضم، ما حصل عليه ليقرأه، وحتى قبل أن ينهي القراءة، بدأ يتتبع الأفكار والمصطلحات ويتخطى حالة البحث العلمي ببساطة ساذجة أحيانًا. لكن وجود هوجنس كناصح، كان كفيلًا بلايبنيتس ألا يغفل عن المشاكل المعترف بها في عصره وكانت في المقام الأول مشاكل علمية وتقنية.

كان أول نجاح ظاهري له هو بناء آلة حاسبة، لا تجمع أو تطرح فحسب، بل يمكنها أيضًا القيام بجميع العمليات الحسابية الأساسية وحتى الحصول على جذر العدد. لم يكن هذا مجرد اختراع مفيد فقط، بل بدا مدهشًا للغاية، للايبنيتس ولجميع صُنَّاع الساعات الأكفأ في باريس.

بالطبع لا نستطيع تصور وقت تعلم لايبنيتس للرياضيات، كأنه كانت هناك خطة لذلك. كان العلم وقتها منظمًا بشكل مختلف، ويخضع لقوانين الغيرة. يوجد معلمون بدلًا من الكتب التعليمية، وحتى المعلمون كانوا يحتفظون لأنفسهم فقط بالمعرفة الثمينة. وفي عصر النهضة، كسب علماء الرياضيات نقودهم عن طريق القيام بالحسابات المعقدة، ومن يُفرط في طريقته، سرعان ما يصبح بلا عمل. وأخيرًا في القرن السابع عشر كان كل من ينشر موضوعًا، يصبح معرضًا لخطر حفنة من الزملاء الذين يرفعون أيديهم في الحال ويزعمون بأن تلك النتيجة موجودة منذ زمن طويل وأن نشرها مُجرَّد انتحال. كان التبادل العلمي

موجودًا في الأكاديميات بطريقة شفهية أو في شكل خطابات، والقليل منه كان يجد طريقه للمجلات العلمية أو حتى الكتب. كان يُمكن فقط الوصول إلى المعرفة، إن سمح له بها أحد عظماء المجال. لكنه لم يكن يستطيع أبدًا معرفة، أي حال قد وصلت إليها العلماء الآخرون. طوَّر نيوتن أساسيات التفاضل في عام 1666، ولكنه احتفظ بالاكتشاف لنفسه على قدر ما استطاع ونشره فقط في عام 1704 كمرفق لعمل ما حول علم البصريات. كانت الرياضيات لا تزال علمًا مُساعدًا لعلماء الجغرافيا، وعلماء الفلك، وموظفي البنوك، الذين لم يهتموا بما نسميه اليوم بالرياضيات «النقية». تم الحكم عليها فيما بعد، ما إذا كانت صالحة ومرنة في التعامل.

وبطريقة التعلم هذه من هوجنس، فقد تعامَل لايبنيتس مع الرياضيات مثل اللاهوتي مع الرب، بوقار ولكن ليس بضمير يقظ دائمًا. كانت أفكاره متشابكة كالأرقام التي لا يمكن التنبؤ بها في لعبة النرد، وهنا تكمن قوته الحقيقية. الصدفة، التي لم تأتِ إلى ذهنه، والتي أعاقت التقدم المُنظَّم، ودعمت إبداعه في الوقت نفسه. استخدم آلاف التخمينات، كان يهز المصطلحات ويلعب بها، حتى تصبح إما أسهل أو تتجمع في شيء جديد. ولأنه كان يحتفظ بمكتبات كاملة في عقله، نتجت دوامة شاذة من المصطلحات. عرف لايبنيتس أنه يجب عليه خلق نظام في عقله المرتبك قليلًا كي يرسو في الحقيقة، وسوف تصبح الأفكار عديمة الجدوى إن ظلَّت غير مرتبطة بأفكار الآخرين. لقد كان الأمر إذًا كعمل فني، لا يراه أحد. ولكي تصبح الأفكار منطقية وذات معنى، كان لا بدّ من تنظيمها وتخطيطها وإدخالها في تطبيقات ملموسة، ثم تصير بديعة ومُشرقة فقط عندما تتصل مع بقية الأفكار الأخرى.

وبالتالي فقد أنتج لايبنيتس أفكاره بتكرار، وعمق، وسرية. لم تسمح

له ولا لأحد من معاصريه، بهضمها. فالطرق والتقنيات، التي طورها، بأسلوب عصره، ظلت مُجرَّد أفكار ملقاة في كثير من الأحيان على أوراق الملاحظة أو في الرسائل، لم تتطوَّر. اهتم بالصورة الأكبر، بإنقاذ العالم. حملت دراساته للرياضيات سندًا فلسفيًّا دائمًا، كانت الأعداد في عالم قبل العالم، ولكن كيف أمكنها الاختلاط؟ كيف أتت الحتمية الواضحة كالشمس ولا نهائية الأعداد في عالمنا العشوائي المهتز، المتحول، الغائم، والتي سببت ضيقًا للكيان الأرضي البشري؟ هل للأعداد صفات وأدوات الرب، «خالق العالم، الذي يحسب فيه ويجعل تفكيره فعالًا[205]؟» كان يخجل كذلك من صياغة التفاصيل، لإقناع الأقل موهبة بصحة أفكاره. مثل هؤلاء واجهوا في كثير من الأحيان عدم استيعاب، على سبيل المثال في حالة «تحليل الموقع» والتي يطلق عليها اليوم علم الفضاء، وهي أحد أهم الفروع في الرياضيات، لكنه تم رفضه من قبل هوجنس باعتباره تحايلًا زائدًا عن حده. واحتفظ لنفسه بأنه طور أشياء نافعة مثل المحددات لحل المعادلات المترابطة الخطية[206] أو تطوير الارتباط المنطقيUND (خلافًا للجمع المُجرَّد)[207]، احتفظ لنفسه بكل شيء. أيضًا كان لا بد من إعادة اكتشاف مفاهيمه الأساسية اللازمة لقرونٍ لاحقة.

أصبح لايبنيتس اسمًا لامعًا في علم الأنساب، ثم أمينًا لمكتبة، ومُحاميًا لعائلة فِلف بهانوفر بعد وقته الذي قضاه في باريس، بَلاطٌ محدود

205- «عندما انشغل العالم بالحساب والأفكار». في: ترابط الحوار 1677. لايبنيتس، مجموعة الكتابات والمراسلات (الإصدار الأكاديمي)، المجلد السادس، الجزء الثاني، جمع وتحرير: أكاديمية برلين براندنبورج للعلوم/ أكاديمية جوتنجن للعلوم، طبعة مُنقَّحة، برلين (دي جرويتر) 1990، صفحة 22. مؤخرًا تم تناول فكرة تصور العالم كنوع من الحسابات مرة أخرى من قبل ستيفن ولفرام في: نوع جديد من العلوم، شامبين (ولفرام ميديا) 2002.

206- انظر: إبرهارد كنوبلوخ، الرسالة الحاسمة من لايبنيتس حول نظرية المعادلات المترابطة الخطية. في: دراسة لايبنيتس، الجزء الرابع (1972)، الصفحات 163 - 180.

207- انظر المقدمة التي قدم بها فرانتس شوب إلى عمل لايبنيتس، أساسيات الحساب المنطقي، هامبورج (ماينر) 2000.

بطُمُوحٍ كبير. كانت الدوقات هناك يودون أن يكونوا على صلة بعائلة إستي من شمال إيطاليا، والتي كانت تُعَدُّ مهمة وباقية، كانت مهمة لايبنيتس العثور على مستندات نسب العائلة. لم تكن تلك الوظيفة بالضبط ما حلم به في باريس كمفكر شاب، لكنها أتاحت له الاستمتاع بنمط الحياة المريح الذي اعتاد عليه لاحقًا.

كان بَلاط فرساي نموذجًا لهانوفر، في كل الجوانب. نجح النُّبلاء في ذلك ظاهريًّا في حدود الوسائل المتاحة. فقد أنشأت الدوقة صوفي بالاتينات حدائق القصور حول المقر الصيفي على طراز رائع، وارتدوا أحدث صيحات الموضة وتحدثوا الفرنسية بطلاقة. وقد تجرأ مجتمع البلاط على بعض التحرريَّة، وكان هناك تساهل كبير في مسائل الدين والأخلاق، ولكن فقدت تمامًا الروح، التي طالما ومضت في صالونات باريس. لم يكن يوجد في هانوفر فولتير أو مدام دو ديفاند، لا في عصر لايبنيتس ولا حتى في وقت لاحق.

تحت ذريعة الاضطرار إلى اكتشاف كل شيء عن تاريخ عائلة فِلف، اهتم لايبنيتس بكل شيء يستحق التمعن فيه. كأنه أراد احتضان العالم بجسده (والهروب من هانوفر)، ظل يسافر طوال حياته في أوروبا، وجلس في جميع المكتبات الهامة، وراسل كل العلماء العظماء (باستثناء نيوتن) ودرس وتزود بكل علم في عصره تقريبًا، وتعرف على كل الأشخاص المهمين، الذين وجدهم في مثل تلك الأماكن، وامتص كل الأفكار، والمصطلحات، والحقائق. وفي المذكرات التي لا حصر لها لحكام أوروبا قدم اقتراحات، حول كيفية جعل العالم مكانًا أفضل وفقًا لمعايير العقل. أصبح مستشارًا للمملكة في فيينا، وكان له دور قوي في أن يُصبح أرباب عمله في النهاية ملوكًا لإنجلترا في عام 1714، بعد العديد من الدراسات القانونية وعلم الأنساب. لكن فقط حلمه بإتمام

عمله في لندن، لم يتحقق. فقد رحل الفلفيون إلى لندن بأمتعة قليلة وتركوا لايبنيتس.

عانى قرب نهاية حياته من النقرس وغلفه النسيان في البلاط، فاتجه إلى التأمل مُجبرًا. وقد حاول في شقته الموجودة في شارع شميدت في هانوفر البقاء دافئًا، وكان يرتدي معطفًا منزليًا مصنوعًا من الفراء، وجوارب وحذاءً منزليًا من الفراء أيضًا، وشعرًا مستعارًا طويلًا ضخمًا؛ وفي زياراته النادرة إلى القصر كان يرتدي على موضة شبابه. فكان يشبه عصر النهضة القديم أكثر من عصر الباروك الحديث، لتسلية أمراء الفلف الشباب، الذين كان يبدو لهم كمهرج البلاط، وكانوا يرون اسمه في النهاية مزينًا لعواصم أوروبا. غالبًا لم يكن لدى معاصريه شيء سوى السخرية، مثل أنتونيو كونتي، صديق نيوتن في البلاط الإنجليزي، الذي استطاع أن يبلغ بأخبار مطمئنة من هانوفر في يوليو 1716، قبل وقت قصير من وفاة لايبنيتس: «لقد مات السيد لايبنيتس وانتهى الخلاف (مع نيوتن حول أولوية اكتشاف التفاضل والتكامل). [...] لقد عمل السيد لايبنيتس طوال حياته على ابتكار آلات لم تنجح. وقد أراد بناء طواحين هواء (تعمل بمضخات المياه) لأجل المناجم (في هارتس)، ورغب في صُنع عَرَبة (تتحرك بمفردها) دون خيول. [...] ويوجد نموذجان لآلته الحاسبة، لكنهما معقدان للغاية، ويقال إنهما ليسا سوى تطوير لآلة باسكال في نهاية الأمر[208]».

بعد ذلك بثلاثمئة عام لم يعد يَسخَر أحد من طاقة الرياح، أو صناعة السيارات، أو الآلة الحاسبة. على كل حال «لقد كان لطيفًا، وأمينًا، وتمتع بروح الدعابة»، هكذا مدحته دوقة أورليون، بعكس باقي العلماء الآخرين[209].

208- ماريا روزا أنتوجنازا، لايبنيتس، كامبريدج (مطبوعات جامعة كامبريدج) 2009، صفحة 538.

209- ماريا روزا أنتوجنازا، لايبنيتس، كامبريدج (مطبوعات جامعة كامبريدج) 2009، صفحة 457.

كان يجلس حزينًا (لكنه لم يفقد روح الدعابة) بين كومة أوراقه الهائلة، مخطوطات الكتب، وورق الملاحظات، مسودات، مقالات، خطابات، ومفاهيم طالما تجاهلها. وفي نهاية المطاف ترك وراءه خمسين ألف قطعة، بها ما بين مئة وخمسين إلى مئتي ألف صفحة. وعُثِرَ مؤخرًا في تركته على نحو عشرين ألف مراسلة، من وإلى نحو ألف وثلاثمئة شخص. لم يعد يستطيع أن يجد نفسه في كومة الأفكار والأوراق الضخمة، وتسربت منه أفكاره، فلم يترك سوى بضع قطع مكتملة صالحة للنشر. لقد خسر ترتيب المفاهيم، وهذا بالضبط ما كان يُعرقل هدف حياته. ظلت المعرفة مُفكَّكة، واستخدم العلماء الأكاديميات كمنصة للشجار، بدلًا من الاتفاق. ولهذا فقد عاد في آخر سنوات حياته إلى الفكرة التي طورها عندما كان شابًّا وهي البراهين الكاثوليكية، تلك الخطة واسعة النطاق لتطهير وترتيب المفاهيم.

الجمال في إخفاق لايبنيتس كان يكمن في أن الأفكار المتقلبة والمرتبطة والمتناقضة كانت في الأساس جزءًا من عبقريته. لم تكن لديه طريقة حاسمة، كي يتعامل مع كل شيء بنفس الأسلوب، فقد ترك الأشياء والحقائق تتنفس وحاول فهم طبيعتها الخاصة. سمح لنفسه بالتعرض للبيانات الكاذبة، ثم كان يشكل نظريات مناسبة. وقد أدى هذا إلى كمية كبيرة من الأفكار غير الناضجة، كان لدى الأجيال التالية شيء منها، ولكن ليس النظام الذي أراد خلقه. كان التعامل معها أشبه بالتعامل مع جوال مملوء بالبراغيث. واستمر الخلاف في العالم.

ربما استهان لايبنيتس بمشروعه. لم يتصور أن يكون الأمر بهذه الصعوبة، فكانت توجد بالفعل موسوعات (على سبيل المثال التي نشرها يوهان هاينريش ألستد، في عام 1630). وكانت هناك تحضيرات كافية لأطروحة الفنون التوافقية من قبل لول، وهوبز (الحساب أو المنطق)

ويونجيوس (المنطق الهامبورجي[210]). إذا اعتقد لايبنيتس ذلك، فقد كان مخطئًا. لأن ما افتقر إليه، لم يكن المحتوى ولا منطق الاستنتاجات، بل طريقة لتدوين المفاهيم على غرار نموذج فريجه.

ربما لم يُصرّ على فكرته بما فيه الكفاية. ثم كما هي الحال اليوم، لا تثبت الأفكار إلا عندما يسعى شخص وراءها، وكلما يُقدمها أحد في العالم مرة أخرى، دائمًا ما تصبح هي نفسها في صياغات جديدة، كالبُستاني الذي يُلقي دائمًا بذورًا متشابهة، دون أن يعرف، أي شجرة منها ستنمو في النهاية وتظل موجودة بعد مئة عام. لم يصر لايبنيتس، ومع ذلك، تدفقت أفكاره على الكثير من المواضيع والأوراق، ليتمكن من الإمساك بواحدة منها.

ومع ذلك، في مرحلة ما، كانت لديه كل المكونات في يده، والتي عليها أن تترابط بشكل دائم في وقت لاحق بعد مرور مئتين وخمسين عامًا. في 1 أبريل 1703 تلقى رسالة في هانوفر، كان قد بعثها الأب اليسوعي الفرنسي جواكيم بوفيت من بكين قبل عام ونصف العام[211]. وصف بوفيت فيها مُخَطَّط فوكسي وتفسيراته له. كانت تلك الرسوم تتكون من رموز، تتألف من تشكيلة من الخطوط الأفقية، التي إما مستمرة (—) أو متقطعة (- -). يمكن استخدام هذه الرموز، حسبما أفاد بوفيت، لوصف الكون بأكمله، لأنها تمثل يانج، العنصر المُذكَّر، النشط، الصاعد.. أو يين، نقيضه، الذي ينسج العالم من خلال اندماجهم. يوجد 64 شكلًا سداسيًّا، بُني عليهم نظام حكمة العالم بأكمله.

لايبنيتس الذي كان مهتمًّا بالصين منذ وقت طويل، غمرته حالة من

210- ماريا روزا أنتوجنازا، لايبنيتس، كامبريدج (مطبوعات جامعة كامبريدج) 2009، صفحة 91.

211- للإشارة التالية انظر ماريا روزا أنتوجنازا، لايبنيتس، كامبريدج (مطبوعات جامعة كامبريدج) 2009، صفحات 431 - 436.

السعادة بسبب هذه الرسالة. «مستمرة» أو «متقطعة» فهمها أيضًا على أنها صفر وواحد. لقد كان يلعب منذ وقت طويل بنظام الأعداد المتباينة، وفي أثناء ذلك صادف النظام الثنائي، والذي يتكون ببساطة من صفر وواحد. بدا له الأمر أنه قد برز من أسباب ميتافيزيقية متنوعة، وقد استعمل بعضًا من الطاقة لذلك، كي يعرض كيفية حساب مثل هذا النظام. لهذا وعد في عام 1701، بتقديم مساهمة في تطوير النظام الثنائي من خلال منشور حديث في تاريخ الأكاديمية الملكية للعلوم. لاقت المقالة استحسانًا كبيرًا في الأكاديمية، لكن لايبنيتس طلب لاحقًا عدم نشرها، لأنه أراد إضافة جزء عملي إليها. وكما هي طريقته، لم يخطر بباله، تكثيف أفكاره، لدرجة تُمكِّنه من أن يجد تطبيقًا للنظام الثنائي.

في تلك المرحلة وصلته رسالة بوفيت في وقتها. فقد استفاد الصينيون من الدياديك (النظام الثنائي)، كما كان لايبنيتس يسميه لتوضيحه للعالم كله. هل كان هذا هو التطبيق العملي الذي بحث عنه في مقالته؟ لقد مَثَّلَ الصينيون أيضًا مبادئ الكون عبر رموز مُخَطَّط فوكسي، قد استطاع لايبنيتس توضيح كيفية الحساب من خلالها! كان قادرًا على فهم العالم كله من خلال الأصفار والآحاد، من نقطة البداية التي قدمتها تعاليم الحكمة الصينية القديمة، ثم ارتقى بها. وبهذا كان لايبنيتس في الطريق، الذي طالما تمناه نحو اللغة العالمية التي تخيَّلها. كانت لديه نقطة انطلاق ثابتة في المبادئ وطريقة للاستمرار في الحساب بواسطة النظام الثنائي. والآن يحتاج الأمر فقط إلى آلة حاسبة عالمية تعمل وفقًا للنظام الثنائي، بالإضافة إلى خوارزميات مناسبة، كي تربط المفاهيم وتواصل الحساب بواسطتها. وقد طوَّر لايبنيتس بالفعل آليَّة التحول المنطقيَّة المناسبة، حيث مُثِّلت فيها الأعداد الثنائيَّة بكُريَّات، تمُرُّ عبر أنابيب مُثقَّبة متنوعة، والتي كانت تعمل بمثابة البرنامج. وبهذا

تمكَّن من إنشاء مثل هذه الآلة الحسابية[212]. لكن استغرق الأمر نحو مئتين وسبعين عامًا، حتى نُفِّذت الفكرة في أجهزة الكمبيوتر الحديثة. قبل ذلك، كان لا بد من دراسة الأسس المنطقية للرياضيات بطريقة مضبوطة عن كثب.

212- في 15 مارس عام 1679، دَوَّنَ لايبنيتس في إحدى ملاحظاته فكرة تمكين نظام الأرقام الثنائية من الحساب باستخدام آلة: «يمكن إجراء هذا النوع من الحسابات باستخدام آلة، بسهولة ودون مجهود بالطريقة التالية؛ يجب تزويد الأنابيب بفتحات حتى يمكن فتحها وإغلاقها. افتحها في الأماكن التي تقابل الواحد وأبقها مغلقة في الأماكن المقابلة للصفر. من خلال المساحات المفتوحة، اسمح للمكعبات أو الكرات الصغيرة بالسقوط في القنوات، ولا شيء من الآخرين. سيتم نقلها من أنبوب إلى آخر كما تتطلَّب عمليات التَّضاعُف». نقلًا عن: حسابات السيد فون لايبنيتس مع الصفر والواحد، برلين (سيمنز) 1966، صفحة 29 وما يليها.

إن أهم المبادئ الأساسية الآن معرفة البراهين، وإسناد العلوم كافة إلى أسباب؛ لذلك لن يكون هناك علم أهم من المفاهيم والمبادئ.

أرسطو، أناليتيكا بوستيوريورا (البرهان أو التحليلات الثانية)،

الجزء الثاني، الفصل التاسع عشر.

في ضوء المنطق

عندما تقاعد هيلبرت، كان أكبر عالم رياضيات متميز في عصره لفترة طويلة، لدرجة أنه يمكن أيضًا اعتباره أسطورة بحكم منصبه. وبهذه المناسبة، أُطلق اسمه على أحد الشوارع في جوتنجن، في موقع مثالي من حيث التاريخ الفكري؛ يبدأ من بتهوفن شتراسه وينتهي عند كيبلر شتراسه. كان على فليكس كلاين انتظار هذا الشرف، كما لاحظ هيلبرت بارتياح حتى بعد وفاته.

في فصله الدراسي الأخير، قضى هيلبرت وقتًا هادئًا، قرأ عن نظرية الحالة الثابتة، موضوع اكتسب به الشهرة والمجد في شبابه، ولكن لم يُسمع عنه الكثير منذ ذلك الحين. شاركه العمل وتأسيس الرياضيات أشخاص آخرون، فون برنوم، وفون نويمان، وأكرمان (كان يعمل حينها مدرسًا في مدرسة ثانوية)، وتقدمهم نحو تحقيق إنجاز للوعي بتوقع الأعمال. اختص به، وعوَّض هيرمان فايل بجعله خليفته. نشبت هذه الحرب مُنذ خمسة وأربعين عامًا، وبالتالي فهي قديمة جدًّا، لكنها كانت تتمتع بمكانة فكرية لدى رئيس المدرسة. أصبحت معارك جوتنجن

مؤتمرًا دوليًّا دائمًا لعلماء الرياضيات، يُشِع روعةً وبريقًا. بصحبة زملاء آخرين، لا يمكن بالطبع التأكد في هذا الصدد، لكن تبين أن ريتشارد كورانت هو الخليفة المثالي لفليكس كلاين كمنظم، حيث وعد فايل باحتلال مكانة النجم المرشح للسنوات العشرين المُقبلة.

من المآثر المهمة في حياة هيلبرت العاطفية، منحه المواطنة الفخرية في الثامن من سبتمبر عام 1930 من مسقط رأسه كونيجسبرج. كان هذا التكريم خاصًّا جدًّا لأنه لم يُمنح لأشخاص كثيرين، وآخر الحاصلين عليه كان باول فون هيندنبرج في عام 1914 (رئيس الرايخ الألماني منذ عام 1925). لم ينقطع اتصال هيلبرت مع مسقط رأسه، فقد قام بزيارات متكررة وحافظ على الروابط الأسريَّة هناك. كما احتفظ بلهجة مواطني شرق بروسيا. وبطريقة ما، ظلت جوتنجن دائمًا هي مكان عمله، بينما كان موطنه الحقيقي هو شرق بروسيا.

أقيم الحفل أمام جمهور غفير، كجزء من الاجتماع الحادي والتسعين لجمعية العلماء والأطباء الألمان. بالإضافة إلى ذلك تم تجميع العديد من المؤتمرات الأخرى في كونيجسبرج على هامش هذا الاجتماع العلمي. فنظمت جمعية الفلسفة التجريبية (نظير برلين في دائرة فيينا حول موريتس شليك ورودولف كارناب) مؤتمرًا لنظرية المعرفة الدقيقة. وبالتوازي مع ذلك، نظمت الجمعية الفيزيائية الألمانية ورابطة علماء الرياضيات الألمان والرايخ الرياضي اجتماعاتهم أيضًا. كانت المدينة تعج بالرياضيات والعلماء والفلاسفة، وساد شعور عام بالشرف والفخر.

كانت الجلسة الافتتاحية لجمعية العلماء والأطباء الألمان في كبرى قاعات المدينة حدثًا رائعًا في كونيجسبرج وأجواء جديرة بمنح المواطنة الفخرية. افتتح الحدث بأداء من جوقة مُرَتلي كونيجسبرج. ثم تحدث رئيس الجمعية ورئيس الوزراء البروسي وعميد الجامعة ورئيس

البلدية. كانت لهجة الاجتماع حماسيَّة وألمانية وطنية، خاصة مع برقيات من رؤساء ألمانيا والنمسا وبيانات تضامن لبروسيا الشرقية المُقسَّمة. وأخيرًا ألقى هيلبرت كلمته، وتم بث نسخة مختصرة منها عبر الراديو. كان من المفترض تسليط الضوء بوضوح على أعماله، التي طالما كانت بارزة طوال عصره وستبقى كذلك أيضًا لفترة طويلة غير مسبوقة[213].

ألقى هيلبرت محاضرة حول التعرف على الطبيعة والمنطق، والتي بالطبع لم يُعدّها خصيصًا لتناسب هذه المناسبة فحسب، بل أيضًا لكي تُلائم الموقع، فقد كانت كونيجسبرج مدينة إيمانويل كانط التي لا يفصلها سوى مئة وخمسين عامًا عن ظهور «نقد العقل الخالص»، حيث لا يمكن لهيلبرت التحدث عن أي شيء سوى اعتبارات كانط في الرياضيات وخاصة الهندسة.

أشار باحترام وحزم إلى أن ما وضعه كانط هو إطار تجربة محدودة للغاية في الرياضيات. صمد هذا أمام الرياضيات والعلوم البحتة، حيث تكمن معرفته قبل كل تجربة، ومع ذلك كان أكثر من مجرد حشو «بداهة اصطناعية». ولكن كيف تبدو هذه المعلومات ملموسة، ويمكن للجميع الحصول عليها، ويجب أن تكون في الوقت نفسه مثيرة للاهتمام؟ أليس هذا تناقضًا في العبارات؟ لا يمكن توضيح ذلك في النهاية، خاصة بين الفلاسفة.

على أي حال، فوفقًا لهيلبرت، غالبًا ما تأخذ الرياضيات مواضيعها، وإلهامها، وكذلك أيضًا تقنياتها من منظور طبيعي، وبالتالي لا يمكن أن تكون محضة وخالية من التجريبية كما يتصور كانط. وبدلًا من ذلك، تطورت الرياضيات والعلوم بتفاعل مستمر بين المنطق الخالص

213- يمكن العثور على تقرير الاجتماع الحادي والتسعين للجمعية في أعمال جمعية العلماء والأطباء الألمان، برلين (يوليوس شبرينجر) 1931، صفحة 28 وما يليها.

والخبرة التجريبية. على سبيل المثال، فقد أظهرت التجربة أن مجموع الزوايا الداخلية للمثلث 180 درجة (قضى جاوس الكثير من الوقت في برهنة هذه الحقيقة تجريبيًا). تحفَّز أينشتاين من خلال تجارب سرعة الضوء لخلق سلسلة من الأفكار، وفي النهاية لم يعد يقف الزمان والمكان في ثبات بارد غير واضح، لكنهما أصبحا جزءًا من لعبة التجريبية المحدودة.

لم يرغب هيلبرت بالطعن في ادعاء الرياضيات الأزلي، لأنه كان ملح حساء كل وجبة فكريَّة. كان هدفه تحديد مسار العمل الفعلي لعالم الرياضيات، الذي يتميز في الغالب بمحاولات فاشلة وبيانات تجارب غير مؤكدة واستنتاجات جريئة (أي غير مكتملة). لا ينبغي لأحد تجاهل الصيغ القصيرة والجُمَل الجافة، التي تشكَّلت نتيجة سنوات من التمعن، والإدراك، والفشل ثم إعادة البدء من جديد في نهاية المطاف. أصبحت المسارات الصحيحة واضحة تمامًا فقط في وقت لاحق لذلك. باختصار، كان الواقع الشعري للطريقة البديهية غير متوافق مع مفاهيم كانط الوردية للرياضيات والعلوم البحتة.

ربما غمرت الفرحة مشاعر هيلبرت حين عودته إلى مكان طفولته ومراهقته بعد خمسة وثلاثين عامًا للرجوع إلى عمود تنسكه، الذي تلقى في ظله تدريبه الأكاديمي. أعدَّ محاضرته لتجاهل ادعاء كانط بالفلسفة، ليكون قادرًا على تحديد إطار المعرفة. شعر بأنه قريب جدًّا من هدفه المتمثل في تزويد العلم بأساس آمن دون أي رتوش ميتافيزيقية. الذي يمكن التحقق منه على أرض صلبة من الحقائق (أو البديهيات)، وأتقن حرفة المنطق، فلم يكن لديه ما يدعو للقلق بشأن الميتافيزيقيا. قد يتكهن الفلاسفة واللاهوتيون بأن العلم والتكنولوجيا قد وجدوا بالفعل

طريقهم منذ فترة طويلة[214]. يبدو أن هدف شبابه المتفائل قد تحقق في النهاية، وهو أن تسمو العلوم والتقدم المرتبط بها فوق كل المُتَّهِمين والمُتَذَمِّرين. وقد أُشبعت شهوة المعرفة الصافية التي دفعته هو وصديقاه الراحلان مينكوفسكي وهورفيتس نحو أكثر العلوم المُجَرَّدة في شبابهم. لم يكن الجمال المبهج، الذي سطع بأدلة واضحة وأنيقة كمنحوتة رخامية من العصور الكلاسيكية اليونانية، مبنيًّا على الوهم، لكنه كان ساميًا مثل السماء المرصعة بالنجوم فوقنا والقانون الأخلاقي بداخلنا. هَبَّت حماسة فاوستيَّة للتقدم العلمي اللامحدود من كلماته عندما أنهى محاضرته الإذاعية بازدراء لجميع أشكال اليأس الفكري والخمول: «لا يجب أن نصدق من تنبأ اليوم بنهاية الحضارة بتعبيرات فلسفية ونبرات مُتعالية، أولئك الذين يحبون الجهل. لا يوجد لدينا جهل، وفي رأيي أن مع العلم لا يوجد جهل مُطلقًا. على العكس، بدلًا من الجهل الأحمق، شعارنا هو:

«يجب أن نعرف، أننا سوف نعرف[215]».

في علوم الرياضيات، تُمنح التكريمات والأوسمة في كثير من الأحيان وبسعادة كما في أي مكان آخر. الشهرة والمجد، إلى جانب الرغبة الشديدة في المعرفة، هما المحركان الأكثر أهمية. لكن قليلًا من علماء

214- لم يكن هيلبرت يعارض الفلسفة بشكل أساسي؛ فقد رأى ذلك، عندما استخدمت بشكل صحيح، كجزء من مجمع الرياضيات والفيزياء. كان لديه نفور من التكهنات التي لا أساس لها ومن التفكير غير المنطقي. لذلك لم يفكر كثيرًا في هايدجر، أو هوسرل. قارن هايدجر بين «التفكير الحسابي» و«التفكير التأملي» وأوضح بشكل كافٍ (في مناقشته للايبنيتس) أنه لم يفكر كثيرًا في المنطق والنسبة والرياضيات (ولم يفهم الكثير منهم). تمارس الفلسفة بمفهوم هيلبرت (البديهية) على وجه الخصوص، كما فعل ليونارد نيلسون، الذي أصبح بمثابة فيلسوف هيلبرت في وتنغن والذي قاد حملته بشدة. انظر أيضًا فولكر بيكهاوس، «عقيدتي» رسالة ليونارد نيلسون إلى دافيد هيلبرت، محاضرة عقدت في أول يونيو 1997 في مؤتمر قسم تاريخ الرياضيات في الرابطة الألمانية لعلماء الرياضيات في كالف.

215- حُفظ الجزء الأخير من خطابه الإذاعي، ويمكن العثور عليه (بتاريخ يونيو 2017) في الرابط التالي: www.maa.org/press/periodicals/convergence/david-hilberts-radio-address-german-transcription.

الرياضيات يهتمون بالمال الفائض عما يسمح بحياة كريمة. عادة يرغب علماء الرياضيات (والفيزيائيون) في ممارسة عملهم بسلام، وأحيانًا يقومون بمساعدة غيرهم. لا يتوقعون من العالم الخارجي سوى القليل من التقدير وسبل العيش، ويقبلون بأن كلاهما ضعيف الصلة بأدائهم الفعلي.

لكن الشهرة والمجد أمران عابران في الرياضيات ليس أكثر من ذلك. يمكن للشاب أن يظهر من العدم في أي وقت، دون مكانة، أو إنجاز سابق في الحياة، أو لقب، أو اسم، من قرية هنديَّة أو من جبال الألب السويسريَّة، وينتج شيئًا أكبر وأعمق وأكثر ديمومة من الجيل السابق له. كيف يكون ذلك ممكنًا، لا يزال هذا الأمر لغزًا للشباب والشيوخ، لكنه حقيقة ينبغي عليهم تعلُّم التعايش معها.

لذلك يجب على الرجال العظام توخي الحذر عند القيام بإيماءات بالغة. في هذه الحالة أرسل أيقونة عالم الرياضيات الموهوب في السخرية، كورت جودل، شابًّا يبلغ من العمر فقط أربعة وعشرين عامًا، خصيصًا من فيينا إلى مؤتمر كونيجسبرج، وربما كان جالسًا بين الجمهور عندما ألقى هيلبرت محاضرته الواثقة. في اليوم السابق، كان قد أدلى بتعليق بسيط خلال مناقشة حول أسس الرياضيات مع يوهان فون نويمان وبعض الفلاسفة، والتي وجدت طريقها لاحقًا إلى الثقافة العامة تحت مُسمى مُبرهنة عدم الاكتمال، ومع ذلك، لم يُدرك نطاقها في ذلك الوقت سوى نويمان. وأضاف جودل: «يمكن للمرء -بالنظر إلى عدم وجود تناقضات في الرياضيات الكلاسيكية- أن يقدم أمثلة على جمل صحيحة من حيث المحتوى، ولكنها غير قابلة للبرهنة في نظام الصيغ للرياضيات الكلاسيكية[216]». وهكذا وضع سلسلة من الدمار

216- مناقشة حول أسس الرياضيات، في: مجلة المعرفة، المجلد الثاني، سنة 1931، صفحة 148.

عبر برنامج هيلبرت لتبرير الرياضيات في مجموعة محدودة وكاملة ومتسقة من البديهيات.

كان لكورت جودل رأس مُفلطح مستدير وكتفان عريضتان كهيئة سباح، بالإضافة إلى تلك الابتسامة الودودة التي يمتلكها العديد من الأشخاص الذين يعانون من قصر النظر، ولا يُميزون غالبًا ملامح من يقفون أمامهم. انحدر من أسرة ريادية بروتستانتية (لكنها كانت بعيدة عن الكنيسة) في برنو، وهو طالب خجول وحذر ومريض وضعيف النظر وغريب الأطوار، باستثناء الرياضيات (وماذا لديه سواها؟) فقد تحصَّل فيها على شهادتين[217]. كان الأب يشق طريقه من بين الطبقة العاملة ليصبح شريكًا في مصنع نسيج كبير، وسرعان ما عكس نمط حياة الأسرة بفرحة الحصول على فرص مالية جديدة. كانت علاقة الأم وثيقة للغاية مع الأطفال، لكنها أيضًا على رأس أسرة طموحٍ، وقد كانت تعي تمامًا حقيقة دورها. كان جودل حديثًا على هذا العالم المُحافظ، والمُنظم، والآمن، والراسخ بشدة. الضرائب منخفضة، وأسعار الفائدة آمنة، وأسواق المبيعات تنمو بتزايد، والملكية مضمونة، وكان الجميع يعرفون أماكنهم وراضين عنها تقريبًا. عاش في زخم ثورة صناعية أعيدت جدولتها، والتي وصلت متأخرة إلى النظام الملكي في الدانوب وتركت جذور المجتمع سليمة إلى حد كبير.

كان تفكك النظام الملكي في هابسبورج نقطة تحول ضخمة لكل مواطن، لأنه لم يكن أحد يعرف كيف سيعيد العالم تنظيم نفسه. لكن الجميع رأوا أن «العصر الذهبي للأمن» (بحسب تعبير شتيفان تسفايج)

217- أفضل ما كُتِب عن حياة جودل وأعماله بواسطة جون داوسون، المعضلات المنطقية، ويليسلي (بيترز) سنة 1997.

قد انتهى. انصهر الوعاء الضخم، الذي وجدت فيه الشعوب توازنًا سلميًا إلى حد كبير، وتشظى إلى أجزاء كثيرة لا يمكن السيطرة عليها. اختفت الهوية النمساوية العظيمة، التي يرمز إليها بالرايخ القديم في فيينا، وخرج الألمان والتشيك والمجريُّون والأوكرانيون والكروات والبوسنيون والسلوفينيون والسلوفاك من ظلالهم الطويلة وركزوا فجأة مع الكاثوليك أو البروتستانت أو المسلمين أو اليهود. أصبح كورت جودل تشيكوسلوفاكيًّا وبالتالي مواطنًا من بلد لا يرغب أبدًا في تعلم لغته (بالرغم من امتلاكه لمهارات لغوية جيدة). كانت اللغة التشيكية تعتبر لغة الطبقة الدنيا لدى السكان الناطقين بالألمانية، تلك الطبقة التي لم يعد يرغب جودل في الانتماء إليها. لقد طوروا حب الوطن النمساوي (غير الضار) وظلت فيينا عاصمة لهم أكثر بكثير من براج. لحسن الحظ، تعافى بسرعة مصنع منسوجات الأب وسرعان ما سمح للعائلة بالعودة إلى نمط الحياة المريح المعتاد. بحلول عام 1926، على أقصى تقدير، عادت الشؤون المالية إلى مستويات ما قبل الحرب وتمكنوا من شراء سيارة كرايسلر لرحلات الإجازة إلى المنتج السياحي زالتسكامرجوت أو مارينباد.

كان من المنطقي أن يدرس جودل في فيينا ويتقدم بطلب للحصول على الجنسية النمساوية هناك. بعد تخرجه من المدرسة الثانوية في الفصل الشتوي لعام 1924/ 1925، التحق بصف الفيزياء، واستبدلها بالرياضيات بعد ذلك بعام واحد. اختار فيينا بسبب القرب النمساوي، لأنه في عشرينيات القرن العشرين لم تكن لتلك الجامعة سمعة جيدة خاصة بين علماء الرياضيات. كان أصحاب العقول اللامعة وطلابهم يتخرجون من جامعات جوتنجن وكامبريدج وبرلين وزيورخ. لكن فيينا؟

في ذلك الوقت كانت العاصمة النمساوية مكانًا فوضويًا في بلد لم يكن قابضًا على مصيره منذ عام 1918. جاء الكثير من الناس إلى المدينة من أراضي التاج السابقة والمجر. من دون المناطق النائية، كانت الإمدادات صعبة والعجز كبيرًا في السكن. اتخذ كورت شقة مشتركة مع شقيقه، الذي بدأ دراسة الطب قبل أربعة أعوام. تنقَّل الاثنان عدة مرات حتى عثروا أخيرًا على سكن دائم في فهرينجر شتراسه، فوق مقهى يوزفينوم.

نظرًا لأنه كان على الإخوة جودل (مؤقتًا) الاستغناء عن الخدم في فترة ما بين الحربين ولا يمكنهم بالتأكيد الطهي بأنفسهم، فمن المحتمل أن يكونوا قد تناولوا معظم الوجبات في المقاهي. لذا، وجد كورت جودل نفسه، على الرغم من انطوائيته وصمته، في قلب الحياة العامة النابض بفيينا. كانت المقاهي هي غرف المعيشة وتناول الطعام في مجتمع مُشرَّد يبحث عن مركز جديد منذ اختفاء عالم الأمس من على الخريطة. لقد كانت المقاهي أماكن مألوفة من الأيام الخوالي، لكنها كانت أيضًا معملًا لعالم الفكر الجديد الذي بُعِث من تحت أنقاض العالم القديم.

لم تكن أهمية المقهى بالنسبة لكورت جودل تكمن فقط في تناول الطعام، ولكن أيضًا، طالما كانت هناك طاولات رخامية بيضاء يمكن الكتابة عليها، وتعمل كنقطة التقاء للدائرة الثقافية والعلمية في فيينا. لقد كان ناديًا للفلاسفة والمنطقيين الذين اشتركوا في النظرة العالمية للتجربة المنطقية (التي كانت تُعرف سابقًا أيضًا بالوضعية المنطقية). رأى التجريبيون المنطقيون مهمتهم في الفحص النقدي لطرق العلوم التجريبية و(الفلسفة) من أجل قابليتها للتطبيقات المنطقية. كانوا يأملون في اكتشاف الأخطاء، مثل لايبنيتس مع خصائصه المميزة، عن طريق كشف الظروف غير المعلنة من خلال التحليل المنطقي

وتصحيح المشتقات الخاطئة. كان هدفهم هو: «فهم البنية المنطقية للعالم» (عنوان كتاب لرودولف كارناب، أحد العقول الرائدة). بالاشتراك مع دوائر برتراند راسل ولودفيج فيتجنشتاين في كامبريدج وهانز رايشنباخ في برلين، تطورت هذه الحركة تحت مظلة الفلسفة التحليلية لتُصبح تيارًا فلسفيًّا مؤثرًا. انضم جودل إلى دائرة فيينا بناءً على توصية من مشرف الدكتوراة، لكنه غالبًا كان يجلس صامتًا ويكتفي فقط بمداخلات رائعة في بعض الأحيان.

كان التجريبيون المنطقيون منفتحين من حيث المبدأ على جميع التجارب، بما في ذلك ظواهر التخاطر التي كانت عصرية جدًّا في ذلك الوقت. كانت «روح العصر» منتشرة في النمسا، لذلك فقد الكثير من صلاحيتها ومعناها، حتى إن الكثير من الأنظمة أصبحت مرتبكة بشكل مفاجئ لدرجة أن ما بدا سخيفًا وعبثيًّا سابقًا صار يبدو ممكنًا. لذلك صار من المألوف في دائرة فيينا المشاركة في جلسات تحضير الأرواح، بدافع المصلحة العلميَّة البحتة. شارك جودل أيضًا في تلك الجلسات، وقراءة الكتب التي تحمل عناوين الخرافات والسحر، وقد أشار أوسكار مورجنسترن، الخبير الاقتصادي، في وقت لاحق، أنه كان من الخطأ إغفال العلم الحديث في التعامل مع العوامل النفسية الأولية بطريقة تماثل التعامل مع الجسيمات الأولية. وعلى الرغم من ذلك، كانت الأرواح المرئية فلسفيًّا، أقل من الأفلاطونيين، الذين كان لحقائق الفن أو الدين لديهم وقع مُمَاثل لحقائق العلوم التجريبية.

قرأ جودل كثيرًا في الرياضيات والفيزياء والفلسفة، والكثير من أعمال لايبنيتس، وراسل، وفيتجنشتاين وشارك في ندوة حول المنطق مع رودولف كارناب في عام 1928. لم يستغرق الأمر وقتًا طويلًا ليصادف

برنامج هيلبرت، الذي نُشِر مؤخرًا في شكل كتاب: «أساسيات المنطق النظري». مثل السباحة في المياه المألوفة، غمر نفسه في المنطق للعثور على الأدلة التي طلبها هيلبرت في بولونيا؛ إن أي بيان حقيقي عن الأعداد الطبيعية -في النظام الحسابي- يمكن أيضًا إثباته. من أجل إيجاد إجابة، بحث جودل أيضًا في الاتجاه المعاكس، في إمكانية إظهار استحالة الإثبات. لقد حفر بالضبط في المكان الصحيح، حتى وجد نتيجة تصنع عهدًا جديدًا. يجب أن يكون الجواب على سؤال هيلبرت: «لا، لا يوجد أي نظام بديهي ثابت، مهما كان غنيًّا بما يكفي للحساب، يمكن أن يكون مُكتملًا[218]».

استغرقت هذه الجملة عدة سنوات لتتسرب إلى أذهان علماء الرياضيات. وخلال ذلك، انهارت الحقيقة والبرهان، والتي كانت بالنسبة للرياضيين العاديين الذين يعملون بجد مثل التوائم السيامية، نَمَت معًا. إذا كنت تريد التحدث عن الحقائق التي لا يمكن برهنتها، فهل لم تكن بالفعل في منتصف الطريق من خلال مستنقع الفلاسفة والمشعوذين؟ كان علماء الرياضيات يعتقدون أن الحقيقة هي الأخ الصغير والبسيط والذي يُمكن الاستغناء عنه من كلا المصطلحين، لأنه ما الذي قد يتطلَّب برهانًا غير الحقيقة؟

فوجئ الجميع بتضمن «مُبرهنة عدم الاكتمال» ما يلي: ماذا يجب أن

218- حاشية للمتقدمين: في الواقع، لم يكن هناك العديد من الأنظمة البديهية، التي من شأنها أن تكون مُكتملة من حيث النظريات الحسابيَّة. ومن بين الجُمَل الحسابيَّة: «تُفهم على أنها تلك العبارات التي لا توجد فيها مصطلحات أخرى غير +،.، = (إضافة، تَضاعُف، تَطَابُق، وتحديدًا في ما يتعلق بالأعداد الطبيعية) علاوة على ذلك، الروابط المنطقية لحسابات التفاضل والتكامل، وأخيرًا السمات الكلِّيَّة والمتواجدة». يكتمل النظام «إذا كانت كل مجموعة يمكن التعبير عنها من خلال رموز قابلة للفصل شكليًّا من البديهية، وهذا يعني أنه إذا كانت هناك لكل سلسلة من هذه المجموعة (أ) توجد هناك سلسلة نهائية محدودة تتبع قواعد حساب المنطق، والتي تبدأ بأي من البديهيات وتنتهي بالمجموعة (أ) أو بغيرها». كورت جودل، في: ملحق مجلة المعرفة، المجلد الثاني، سنة (1931)، صفحة 149 وما يليها. على وجه الخصوص، فإن القول بأن نظام الصيغ كان خاليًا من التناقضات ينتمي إلى هذه الجمل تحديدًا، والتي كانت غير قابلة للنقض في هذا النظام، أي لا يمكن إثباتها أو دحضها. باختصار: توجد هناك عبارات حقيقية في النظام الحسابي كانت مع ذلك غير قابلة للبرهنة.

يعني ذلك عمليًّا؟ إذا كان هناك عدد من الجُمَل التي لا يمكن السيطرة عليها والتي أيضًا لا يمكن إثباتها أو نفيها، والتي نمت الحقيقة فيها عن طريق الحدس أو البديهية فحسب، ألم تفقد الرياضيات جمالها، وجلالها الأبدي فوق سهول الشك والنزاع؟ بالنسبة لعلماء الرياضيات، كان علمهم مطلقًا وحتميًّا، يحوم حول الأمور المتغيرة للتجربة، والتي يمكن الاعتماد عليها كأفضل صديق. ألا يجب أن يكون ذلك الآن؟

ألم تفتح الجُمَل الرياضية ميدان لعب لا نهائي؟ كانت الرياضيات شيئًا لا يمكن إثبات اكتماله، وهو مبنى لن يكتمل أبدًا، وغير مكتمل دائمًا، وطالما كان مُناسبًا للرؤى والتقلبات المفاجئة. لا يمكن تقسيم عالمها إلى أبيض وأسود، سيكون دائمًا هناك العديد من الحقائق، حقائق رياضية، وحقائق أبدية لا يمكننا معرفة ما إذا كانت صحيحة أم غير ذلك. وفي النهاية، ألم تكن الجاذبية المثيرة للحقيقة أنه عند رؤيتها للمرة الأولى، لا يُمكنك التأكد من إمكانية كشفها مطلقًا.

كان جودل نفسه بعيدًا عن التيقن من مدى أهمية نظريَّته. لم يرَ نفسه العبقري الذي سيكونه فيما بعد. في أول نشر له لمُبرهنة عدم الاكتمال، أصر على أن النظريَّة لا تعني نهاية برنامج هيلبرت[219]. في الواقع، لم يغير حقيقة أن المشتقات الصحيحة من نظام بديهي خالٍ من التناقض (سواء كان يمكن إظهار اتساقها أم لا) في التطبيقات العملية، تؤدي إلى نظام رياضي خالٍ من التناقض. لم تدَع مُبرهنة جودل وجود تناقض، ولكن فقط استحالة إثبات الخلو من التناقض. لم تغرق الرياضيات في بحر من التشكك، يبدو غالبًا أنها فقدت بعضًا من صيتها، ولكن ليس

219- «تجدر الإشارة صراحة إلى أن [مُبرهنة عدم الاكتمال ومشتقاتها] لا تتعارض مع وجهة نظر هيلبرت الشكلية. لأن هذا يفترض فقط وجود دليل على التحرر من التناقض الذي يتم بوسائل محدودة، ويمكن تصور وجود أدلة محدودة لا يمكن تمثيلها [في النظام الحالي]». كورت جودل، حول الجُمَل غير القابلة لفصل صيغها من مبادئ الرياضيات والأنظمة ذات الصلة. في: النشرة الشهرية للرياضيات والفيزياء، المجلد الثامن والثلاثون، سنة (1931)، صفحة 197.

حصانتها التي كانت تتمتع بها من قبل. لقد سقط عُلو تاجها، لكن هذه كانت مشكلة شكليَّة بحتة. فهي لا تزال ملكة العلم وسوف تظل كذلك. إذا كانت هناك جُمَل معينة لا يمكن إثباتها أو دحضها، فيمكن إضافتها إلى نظام البديهية بحذر، وهذا هو كل شيء[220]. وفي النهاية قال هيلبرت إن كل مشكلة في الرياضيات يمكن حلها بطريقة أو بأخرى. وبهذا المعنى، ظل برنامجه بعيدًا بغرابة عن التأثر بنظرية جودل[221].

لم يرَ يوهان فون نويمان الأمر بسيطًا، وقرر في يوم لقائه مع جودل في كونيجسبرج تغيير حياته. كان يعتقد أن برنامج هيلبرت مُكتمل، وأن أي تفكير آخر حول الأساس الشكلي للرياضيات هو جهد مهدور. كانت الرياضيات واضحة (كما قالها الفيلسوف كارل بوبر لاحقًا) مثل مبنى يقف على تل بوسط مستنقع من دون أساس ثابت أبدًا ويجب دفعه أعمق وأعمق كلما لزم الأمر. لن يكون هذا الأساس حصينًا أبدًا، لكنه كافٍ للتطبيق. لذلك رأى نويمان مستقبل الرياضيات في تطبيقاتها. مهما كان الأمر أساسيًا، لم يعد بالإمكان التتويج بإكليل الغار هنا بعد الآن.

لم يكن لنظريَّة جودل نتائج مخيفة في الواقع على التطبيقات الرياضية التي نُسبت إليها لاحقًا. بدلًا من ذلك، كان للنظرية التي طورتها مُبرهنته عواقب لا يمكن التنبؤ بها، لأنها كانت خطوة أساسية في تطوير الآلة الحاسبة الحديثة. كانت فكرة جودل الرائعة هي تحويل المنظور

220- حاشية للمتقدمين: على سبيل المثال، بالنظر إلى عدم القدرة على الفصل في فرضية الاستمرارية، يمكن إما قبولها على أنها بديهية جديدة أو ببساطة القول: «بافتراض انطباق فرضية الاستمرارية، فهناك مجموعة جـ بالخصائص التالية...»».

221- «باختصار، في حين أن يقين هيلبرت ليس لديه أي دعم نظري من المنطق، فإن المنطق لا يدحض هذا اليقين، كما هو مفهوم بشكل طبيعي من وجهة نظر عالم الرياضيات النشيط». توركل فرانتسين، الأثر الشعبي لمُبرهنة عدم الاكتمال لجودل. في: مجلة إشعارات جمعية الرياضيات الأمريكية (AMS)، المجلد53/4، صفحة 442.

الخارجي أولًا، حيث أراد هيلبرت جعل الرياضيات لعبة محدودة، إلى المنظور الداخلي[222]. أخذ هيلبرت اعتبار الرياضيات لعبة صيغ على محمل الجد، ووجد عملية ذكية لتحويل كل عبارة حول الأرقام إلى رقم في حد ذاته، مما يجعلها موضوعًا للحساب[223]. يمكن تمثيل كل صيغة كرقم في نظام جودل، بحيث تصبح العبارات الرياضية حول الأرقام نفسها أرقامًا[224]. كانت رؤية جودل الحاسمة هي أنه لم يكن هناك فرق جوهري بين الأرقام والعمليات بالأرقام. يمكن للحساب أن يتحدث عن نفسه بلغته، وأن يدلي بعبارات معانيها مُتسعة مثل الكريتي الذي ادعى قبل 2200 سنة أن كل الكريتيين كاذبون.

كان مظهر جودل، كما هي الحال غالبًا في الرياضيات، شخصًا ساذجًا وشابًّا، أقل انتصارًا في مواجهة ما لا يمكن تصوره. لقد تطلب

222- حاشية للمتقدمين: هذا ممكن لأن حساب بيانو كان قويًا بما يكفي لـ«ترميز بناء الجملة الخاصة به بمعنى (صحيح) من جميع مصطلحاته النحوية [في اللغة الحسابية] وتمثيلها وخصائصها [في نظرية حساب بيانو] يمكن إثباتها (الحساب أو الإلهية). وتشمل هذه المصطلحات مفهوم الإثبات نفسه». جودهارد لينك، كوليجيوم لوجيكوم (كليّة المنطق)، المجلد الثاني، مونستر (منتيس) 2014، صفحة 373.

223- حاشية للمتقدمين: «كانت فكرة العملية الحسابية هي التعبير الأساسي للغة بيانو الحسابية، تعيين الأعداد الطبيعية والمصطلحات والصيغ كسلاسل لعبارات أساسية وأرقام جديدة، وذلك في الاعتماد التكراري على المكونات». جودهارد لينك، كوليجيوم لوجيكوم (كليَّة المنطق)، المجلد الثاني، مونستر (منتيس) 2014، صفحة 373.

224- حاشية للمتقدمين: فيما يلي توضيح بسيط لنهج جودل: يمكن إضفاء طابع الصيغ على جملة «كُلُّ العشاقِ سعداءٌ» في مفيوم فريجه على النحو التالي:

$$(\forall x)((\exists y)L(x,y) \Rightarrow G(x))$$

بهذه الطريقة، يمكن للآلات أيضًا فهم الجملة (أو على الأقل التظاهر بذلك). استخدمت عشرة رموز لإضفاء طابع الصياغة على القانون:

$$, L\ G \Rightarrow \forall\ \exists\ x\ y\ (\ )$$

حيث يعني الرمز ∀ «الكل» (كل الكم) والرمز ∃ «يوجد» (وجود الكم). يمكن تعيين الرموز لأعداد دون أي جهد يُذكر.

,	L	G	⇒	∀	∃	x	y	(	)
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

إذا استبدلت الأرقام بالرموز، فقد استبدلت عبارة «كُلّ العشاقِ سعداءٌ» بالرقم التالي:

846988579186079328699

يمكن تحويل الجملة الجميلة بسهولة إلى عدد كبير.

الأمر الكثير من الشجاعة والخيال لمواصلة السير على الطريق الذي علق فيه لايبنيتس ذات مرة. لقد لعب بالفعل بفكرة إسناد العبارات للرموز وبالتالي جعلها قابلة للتنبؤ. ومع ذلك، سرعان ما تحول لايبنيتس إلى مشاريع أخرى، واستغرق جودل سنوات لتطوير نظام له معنى لترميز العبارات.

من خلال القيام بذلك، اتخذ خطوة حاسمة نحو تطوير آلات حوسبة عالمية، يمكنها التعامل مع مجموعة واسعة من العبارات المنطقية. وعبر ترميز العبارات إلى أرقام، أصبحت قابلة للتلاعب مثل الخوارزميات. الأساليب التي طورها جودل لإثبات نظريته لعدم الاكتمال هي الآن في قلب نظرية العودية التي تدعم علوم الكمبيوتر. حيث تصل أجهزة الكمبيوتر إلى حدودها، فهي عادة ليست بمنأى عن عمل جودل. على سبيل المثال، تم إثبات أنه لا يمكن أن تكون هناك خوارزمية تنص على جميع الخوارزميات والمدخلات الممكنة سواء انتهى تنفيذها (مشكلة التوقف)؛ تدخل بعض الخوارزميات -مثل سيزيف- في حلقات لا نهائية تؤدي فيها نفس المهمة إلى الأبد، دون معنى ودون نهاية، ما لم يكن للقوة الخارجية رؤية، وتحررها من دائرتها عن طريق سحب القابس. موضوع عملي آخر برز من أعماق نظرية جودل يتعلق بفيروسات الكمبيوتر المألوفة اليوم؛ بمساعدة تقنية جودل، يمكن إظهار أنه لا يوجد برنامج لا يغير نظام تشغيل جهاز الكمبيوتر، قادر على اكتشاف جميع البرامج التي تفعل ذلك بالضبط (وبالتالي تتصرف مثل الفيروسات). ولكن هذا كان أيضًا مُتقدمًا جدًّا بالنسبة لجودل.

غني عن القول، مدى انزعاج هيلبرت من مُبرهنة جودل ووجدها غير ضرورية على المستوى الإنساني. ولكن ما الذي يمكنه فعله للاعتراف بصحتها أو حتى حقيقتها في ضوء البرهان الكامل؟ كان هيلبرت يبلغ

من العمر الآن سبعين عامًا تقريبًا وكان ما فعله في مجال المنطق على مدار العشرين عامًا الماضية -في عصر كان فيه علماء الرياضيات يديرون أفكارًا من شبابهم فقط- أمرًا غير عادي. لم تعد لديه القوة للدفاع عن أفكاره مباشرة. لم يتوقع أحد ذلك أيضًا. هُدد هيلبرت بالفعل بأن يصبح مُجرَّد تاريخ ماضٍ في الثلاثينيات.

ماذا يعني عمل جودل لبرنامج هيلبرت؟ بالطبع، هذا ليس بالشيء الجيد، لأنه قال إن الرياضيات لا يمكن تحصينها وتبريرها بالطريقة التي تخيلها. لكن هل كانت «ضربة قاتلة»، كما يمكن رؤيتها مرارًا وتكرارًا في السيرة الذاتية لجودل وتورينج؟ بالتأكيد ليس على المستوى العملي. لأن فكرة هيلبرت الملموسة كانت مغرية للغاية لعدم وضعها موضع التنفيذ، بغض النظر عن اهتمامات المنطقيين.

أراد هيلبرت أن يجد طريقة يمكن من خلالها قول الجُمَل الرياضية الملموسة، وإمكانية إثباتها، وما إذا كانت البراهين المتاحة صحيحة. لا يُفترض أن يكون مثل الهندسة بعد الآن قبل تنظيف هيلبرت لعمل إقليدس. لا ينبغي أن يكون هناك أساس غير مكتمل تستند إليه الحجج غير المكتملة. وهذه الفكرة عن برنامج هيلبرت ليست أقل حيوية اليوم مما كانت عليه آنذاك.

مجال البحث الحالي هو مدقق البرهان. برنامج يقوم بفحص البراهين لتحديد صحة صيغها من متطلباتها. يتم وضع صيغ الاستنتاج والجملة والبديهيات التي سيتم اشتقاق الجملة منها على غرار النص المفاهيمي والكمبيوتر، ثم يفحص ما إذا كانت سلسلة الاستنتاجات بين الجملة والبديهيات كاملة وصحيحة. والأكثر طموحًا هو الجهد المبذول للعثور على إثبات نظرية مبرمج، وهو فرع من الذكاء الاصطناعي الذي تتم فيه برمجة أجهزة الكمبيوتر، للعثور على أدلة (وليس فقط للتحقق منها)،

على غرار إيجاد أجهزة الكمبيوتر في لعبة الشطرنج حلولًا لمواقف صعبة. إذا كان من الممكن حل معضلات الشطرنج، فلماذا لا تحل مسائل الرياضيات أيضًا، ويصبح هذا اهتمام أساسي في أسلوب جودل أو تورينج؟ عند لايبنيتس، كانت النظرية الآلية لا تزال تسمى «منطق الاكتشاف الكامل». تظهر الأفكار أينما يريدون.

علماء الرياضيات عمليون للغاية عندما يتعلق الأمر بمواصلة العمل في موقع البناء الذي يهتمون به بالفعل. إذا حُظر أحد المسارات، سيعثرون على مسار آخر. إذا لم تكن هناك آلة إثبات عامة ولم يكن هناك تناسق مضمون للنظام بأكمله، فسيتم التحقق من صحة البراهين الفردية تلقائيًا. هذا أكثر تجزؤًا وإرباكًا مما هو منصوص عليه في برنامج هيلبرت، ولكنه عمليًّا يؤدي إلى النتيجة المرجوة. قد يكون برنامج هيلبرت ميتًا نظريًا، لكنه يعمل بشكل جيد في التطبيقات العمليَّة[225].

225- انظر؛ تيموثي جاورز، هل يمكن إنقاذ أي شيء من حطام حلم هيلبرت؟ محاضرة LMS العامة 2012.

أفكر في شيء أهم بكثير من القنابل، أفكر في أجهزة الكمبيوتر.

جون فون نيومان، 1946.



انتقال إمبراطورية

ماذا يحدث عندما يموت مركز فكري؟ عادة ما يتسرب سحر المكان ببطء، مثل السراج الذي لا يعاد تعبئته بالزيت. القليل من يظل يتذكر تلك الكوكبة المذهلة، ثم سرعان ما يعود الهدوء العقلي. في كامبريدج، لم يعقب جيل أدنجتون وراسل وهاردي وكينز وفيتجنشتاين وديراك أي جيل مماثل. خلفاؤهم أناس محترمون، لكنهم إداريون أكثر من كونهم مبدعين. لا تزال كامبريدج مهمة، ولكن دون إشعاع الأيام الخوالي. أحيانًا عندما يتعلق الأمر بالعنف، تكون النهايات سريعة. على سبيل المثال، بعد سقوط القسطنطينية عام 1453، لم يعد هناك أي باحث في المدينة، وحصلت أوروبا الغربية أخيرًا على النصوص والمعلمين الذين تحتاجهم لعصر النهضة. بين عشية وضحاها، انتهى تقليد اليونان القديمة، على الرغم من كسرها بواسطة الإمبراطورية الرومانية الشرقية، وأعيد اختراع نهضتها في الغرب.

انقضى العصر الذهبي لجوتنجن بالسرعة التي مَرَّ بها غزو العدو في 30 يناير 1933، ما حدث هناك حتى اللحظة الأخيرة، وصل أدولف هتلر إلى السلطة، وانتخب ديمقراطيًّا بعد أن حملته موجة هادرة من حماس الشعب الألماني. قبل أربعة أيام من الاستيلاء على السلطة،

أرسل ريتشارد كورانت تهنئة إلى هيرمان فايل على قراره عدم الذهاب إلى جامعة برينستون في الولايات المتحدة الأمريكية: «أعتقد اعتقادًا راسخًا أنه لن يندم أي منكما على هذا القرار [...] بالنسبة إلى جامعة جوتنجن، يعني هذا تقديرًا كبيرًا [...] تبدو الجامعة ضعيفة حاليًا، في الوقت الذي يظهر فيه النقص على الجانب الآخر من المحيط كميزة أكثر وضوحًا لنا[226]». بعد بضعة أسابيع، كان كورانت نفسه يبحث عن وظيفة في الولايات المتحدة الأمريكية.

في السابع من أبريل عام 1933، بعد شهرين فقط من الاستيلاء على السلطة، أقرَّ الرايخستاج قانون استعادة الخدمة المدنيَّة المِهنيَّة (BBG). وورد فيه (المادة الثالثة): «إن المسؤولين الذين ليسوا من أصل آري سوف يتقاعدون [...]». علاوة على ذلك (المادة الرابعة): «إن المسؤولين الذين لا يستطيعون، بعد أنشطتهم السياسية السابقة، ضمان عدم قيامهم بالدفاع عن الدولة الوطنية في جميع الأوقات، يمكن فصلهم من وظائفهم». كل من كان لديه جد يهودي كان يُعدُّ من غير الآريين. ومنذ السادس من مايو عام 1933، تم تمديد القانون أيضًا ليشمل المحاضرين المتخصصين. في جوتنجن، لعب «العِرق» دورًا فجأة، كما كان يسمى الانتماء الديني. كانت هذه فئة بالكاد يستطيع عالم الرياضيات أن يفعل أي شيء بها. كان العديد من الأساتذة اليهود وطنيين مستقيمين، حاربوا من أجل ألمانيا في الحرب العالمية الأولى ولم يعد أحد منهم يفهم العالم الآن.

من بين العلماء الستة الأوائل الذين تم تعليق عملهم في جوتنجن عند تطبيق القانون، كان ثلاثة من علماء الرياضيات. في محاضرات

226- مقتبس من راينهارد زيجموند شولتسه، علماء الرياضيات الفارّين من هتلر، براونشفايج (فيفج) 1998، صفحة 53.

الرياضيات، لم تكن هناك أهمية للدين أو السياسة، وبالتالي كان هناك العديد من اليهود نسبيًا. حتى دافيد هيلبرت دخل في الموقف الغريب المتمثل في إثبات إيمانه المسيحي المفقود منذ فترة طويلة. أدى اسمه الأول المأخوذ من العهد القديم وقدرته غير العادية على التفكير المنطقي إلى دفع السادة الجدد في وزارة العلوم والثقافة والتعليم للاشتباه في أنه لا يستطيع القيام بأي شيء صحيح.

تحسبًا للوضع القانوني الجديد، نشأت هناك بالفعل أعمال بلطجة معاصرة. وقد نددت مقاطعات الطلاب أو أقالت بعض الأساتذة اليساريين أو «غير الآريين». تم إعداد التدريبات حتى تنافس محاضرات الأساتذة الذين لا يحظون بشعبيَّة. وكان أي شخص يذهب إلى هذه المحاضرات تتم إهانته وتهديده، لذا سرعان ما انخفض عدد الذين يحضرون لهم ليتبقى فقط اليهود والأجانب. في جوتنجن، توجهت مقاطعة الطلاب بشكل خاص ضد إدموند لانداو، الذي كان أستاذًا قبل عام 1914 وبالتالي استبعد من تطبيق قانون الخدمة المدنيَّة. وإلا فإنه يحمل معه كل مؤهلات الهجوم عليه، التي قد يحملها شخص في ذلك الوقت. اعترف علانية بإيمانه، وتعلم العبرية ليلقي خطابه في افتتاح جامعة القدس. وكان ثريًا جدًا، وعضوًا فخريًا في الأكاديمية السوفيتية للعلوم منذ عام 1932، وكان منعه من التدريس يتطلب الكثير من الطلاب. قام عالم الرياضيات البارز والنازي المتحمس أوزفالد تايشمولر بتنظيم المقاطعة، حيث احتشد الطلاب وازدحموا أمام قاعة المحاضرات. وقام بتسليم لانداو ملاحظة، ذكر فيها أنه ليس لديه أي شيء ضده شخصيًا أو مهنيًا، بل الأمر يتعلق بحماية الرياضيين الشباب الساذجين من أن يُدرِّس لهم معلم «غير عِرقِيّ» دون حكم واضح. يُدرِّس لانداو «الرياضيات العالميَّة»، لكن الفصول الصغيرة يجب أن تتعلم أولًا

«الرياضيات الألمانية[227]».

كان قانون الخدمة المدنيَّة مُجرَّد ورقة توت قانونية. إذا لم تتحرك سريعًا بما يكفي بمفردك، فسيتم طردك. وعادة ما يتعرض الذين سُمح لهم بالتقاعد للخداع بشأن معاشاتهم التقاعدية.

تابعت مؤسسة روكفلر، التي استثمرت للتو الكثير من المال في بناء معهد جوتنجن للرياضيات والفيزياء، الأحداث بقلقٍ واهتمام. في ربيع عام 1933، تلقت تقريرًا، أعدَّه هارالد بور وربما كتبه كورانت أو فايل (لن يوقع أحد باسمه على ورقة كتلك)، وثيقة رصينة من السقوط، لا بد أن القارئ شعر بنفس الشعور غير المريح الذي كان لديهم للتو بوضع الكثير من المال في الرمال: «الخطاب الرسمي هو [...] انتهى زمن العلم الموضوعي. ليس للجامعات الآن سوى مهمة رفع وتبرير الشعور الوطني للشعب. العلوم الطبيعية والرياضيات لها الحق فقط في الوجود لتخدم الأهداف الوطنية؛ بالنسبة للبقية، فهي خطيرة إلى حد ما و(متآكلة) لأنها تعزز الفردية والليبرالية من خلال تعليم التفكير الموضوعي المستقل [...].

طُرِحَت بعنف كل التقاليد القديمة في وزارات التعليم، عن طريق فصل المسؤولين السابقين. الرواد الجدد هم في الغالب متحمسون، لكنهم نازيون هواة لديهم أهداف ضبابيَّة وغير واضحة أبدًا. في جميع الجامعات، وبصفتهم (الوكلاء)، ليس لديهم صفة رقابيَّة رسميَّة، ولكن أعضاء الحزب المجهولين يشبهون الجواسيس بين الطلاب وخاصة بين المساعدين الأصغر سنًّا والمحاضرين المتخصصين، وهم في الغالب مستائين من بقائهم في حياتهم المهنيَّة، وممتلئين بكراهية (النظام)

227- انظر راينهارد زيجموند شولتسه، علماء الرياضيات الفارين من ألمانيا النازية، برينستون (منشورات جامعة برينستون) 2009، صفحة 72.

القديم، وقد قاموا بالتجسس سرًّا على زملائهم وأساتذتهم لآرائهم السياسية. وكثيرًا ما كانوا مساعدين في مجالات الزراعة والتاريخ الأدبي الألماني ومواضيع علمية أخرى غير محضة، ومليئة أحيانًا بالاستياء من العلوم الدقيقة التي نجحت في الآونة الأخيرة. يقوم هؤلاء الوكلاء بإبلاغ الوزارة عن المحاضرين الأفراد بناءً على نفورهم الشخصي أو لمجرَّد الثرثرة. يحدث أحيانًا أن يدين الناس أقرانهم على أنهم غير موثوقين سياسيًّا من أجل الانتقام الشخصي بهذه الطريقة أو التسبب في صعوبات لمنافسين أكثر كفاءة[228]».

تحولت الأكاديميات والجمعيات العلمية بسرعة، كما يتبين من التعاملات مع ألبرت أينشتاين. فأصبحت الأراضي الألمانية «ساخنة» بحلول عام 1931 على أقصى تقدير، وبقي هو في باسادينا بكاليفورنيا أثناء الاستيلاء على السلطة. كان على رأس قائمة الاغتيالات النازية لأنه أصبح من نجوم الفكر، واستخدم شهرته كفيزيائي في العديد من الرسائل والمحاضرات والنشرات والملاحظات الصحفية، لتطوير دعمه لدعاوى السلميَّة والصهيونيَّة والدفاع في بعض الأحيان عن ستالين. في وقت مبكر من مارس 1933، وجهت إدارة عمل أينشتاين، الأكاديمية البروسية للعلوم، بفتح إجراءات تأديبية رسمية ضده. في الوقت نفسه تقريبًا، أرسل أينشتاين بالفعل رسائل إلى الأماكن المناسبة، حيث استقال من وظائفه في الأكاديمية وتنازل عن جنسيته الألمانية. غضبت الوزارة للغاية لأنه كان من المقرر فصله في أول أبريل كجزء من «المقاطعة العامة ضد اليهود». ونظرًا لأن هذا لم يعد ممكنًا، فيجب على الأقل أن يتبعوا الأكاديمية. كتب سكرتيرها، المحامي إرنست هيمان، بشكل مستقل بيانًا صحفيًّا اتهم فيه أينشتاين بـ «إثارة الفزع»،

228- مقتبس من راينهارد زيجموند شولتسه، علماء الرياضيات الفارّين من هتلر، براونشفايج (فيفج) 1998، صفحة 308 وما يليها.

وأكد نيابة عن الأكاديمية أنه «لا يوجد سبب للندم على استقالته». في الأكاديمية، يبدو أن روح العصر قد تجاوزت صديق أينشتاين الجيد ماكس فون لاوي. وطلب عقد جلسة خاصة لتوضيح أن البيان الصحفي لم يتم الاتفاق عليه مع الأكاديمية ولا يتوافق مع رأيها. بالنسبة إلى لاوي، فقد قال: «تبعت واحدة من أكثر الانطباعات المروعة في حياتي»؛ على الرغم من وجود عضو واحد فقط في الأكاديمية من حزب العمال القومي الاشتراكي الألماني NSDAP، لم يرغب أحد باستثنائه في الابتعاد عن خط الحزب النازي[229].

في كليات الرياضيات بالبلاد، تُبذل الجهود الآن لصالح ما يسمى «الرياضيات الألمانية». أعدَّ صياغتها إلى حد كبير لودفيج بيبرباخ (الذي التقى به هيلبرت بنفسه قبل مؤتمر بولونيا في عام 1928)، وسرعان ما انضم إلى قوات العاصفة SA[230] في عام 1933، وشعر بالمسؤولية عن صياغة وتنفيذ أهداف الحزب. يجب أن تكون الرياضيات واضحة وسهلة البناء وعضوية ومثمرة و«ألمانية» مُجرَّدة[231]. من الناحية العملية، لم يكن هذا يعني سوى شكل منحرف من الحدس مع إشارة خاصة إلى «الشعور الشعبي بالذاتيَّة». لم يعد من الممكن تمثيل التفكير المنطقي في الهياكل المُجرَّدة، التي ليس لديها مكان للخصوصية الوطنية والحقائق البديلة، في العهد الجديد. وهكذا ماتت مدرسة هيلبرت في ألمانيا.

بذلت مؤسسة روكفلر وعدد من الجامعات الأمريكية جهودًا مكثفة في

229- ألبريشت فولسينج، ألبرت أينشتاين، فرانكفورت آم ماين (زوركامب) 2015، صفحات 744 - 747.

230- هي الجناح شبه العسكري للحزب النازي. لعبت دورًا مهمًا في صعود هتلر إلى السلطة في عشرينيات وثلاثينيات القرن العشرين.

231- هربرت مرتنز ولودفيج بيبرباخ و«الرياضيات الألمانية». في: إستر فيليبس (محررة)، دراسات في تاريخ الرياضيات، واشنطن دي سي (رابطة الرياضيات الأمريكية) 1987، صفحات 195 - 241.

الفترة بين الحربين العالميتين لجلب العلماء البارزين من أوروبا إلى الولايات المتحدة الأمريكية. عرف الأمريكيون أنهم ما زالت لديهم فجوة كبيرة في علوم الرياضيات. لكنهم كانوا على استعداد لإنفاق مبالغ ضخمة من المال لإصلاح تلك المشكلة. بادئ ذي بدء، تم جلب العلماء الممتازين إلى البلاد لفترة معينة من الزمن من خلال وظيفة «أستاذ زائر» مدفوعة الأجر، والتي أعقبتها عروض جيدة للوظائف الدائمة. لكن قلة أرادت أن تبقى بشكل كامل. كانوا مرتبطين للغاية بالقارة القديمة، كما بيَّن فايل باختصار بعد أستاذه الزائر في برينستون: «إن أعمق الأسباب هي: الوطن، واللغة، والأقارب، والأصدقاء، وشيء من الولاء لأوروبا يحدث عند عودتي[232]». ترك الأمريكيون الأمر عند ذلك ودعموا الأوروبيين بسخاء في أبحاثهم المحلية إذا لم يرغبوا في التحرك إليهم.

بحلول أبريل 1933، على أقصى تقدير، تغيرت الصورة بشكل أساسي. ازدهرت الولايات المتحدة الأمريكية وانتقلت من حافة الحضارة إلى نقطة التلاقي لجميع الأشخاص المرموقين. وإذا نظرنا عن كثب، فقد كانت مكانًا جذابًا. فجأة كان هناك عدد لا يحصى من طلبات الهجرة لعلماء ألمان. ما كان مجرد تشوق لفرصة رفع مستوى الجامعات الخاصة إلى المستوى العالمي أصبح الآن عملًا من أعمال الإنسانية. كان هناك العديد من التطبيقات ذات الجودة العالية لدرجة أن القدرات المتاحة نمت بسرعة كبيرة. في العديد من الجامعات، كان هناك خوف من عرقلة وظائف صغارهم إذا وفر أحدهم الآن للاجئين الوظائف بسخاء. لم يكن العديد من الأمريكيين سعداء بالاختيار، فالوافدون الجدد كانوا يهودًا ويساريين. ولكن في النهاية سادت البراجماتية وتوفرت أماكن وأموال قليلة للكثيرين. تأسست على عجل لجنة طوارئ لمساعدة العلماء

232- هيرمان فايل، رسالة إلى ميشيل بلانشيري بتاريخ 20 يوليو 1929. نقلاً عن راينهارد زيجموند شولتسه، علماء الرياضيات الفارّين من هتلر، براونشفايج (فيفج) 1998، صفحة 52.

الألمان المهاجرين في نيويورك لجمع الأموال وفرص العمل. ووضع معظم علماء الرياضيات من خلال الاتصالات القديمة لمؤسسة روكفلر (التي كان رئيسها لا يزال ماكس ماسون، طالب دكتوراة لدى هيلبرت) ومن خلال جمعية الرياضيات الأمريكية (التي كان يرأسها آنذاك رولاند ريتشاردسون، وهو أيضًا كان طالب دكتوراة لدى هيلبرت).

مع نجاح وصول كل لاجئ، أصبح أكثر جاذبية بالنسبة للاحقين الانتقال إلى الولايات المتحدة الأمريكية. فقدت اللغة والثقافة الأمريكية رعبهما عندما صار هناك زملاء في المنزل يُمكن التحدث معهم عن معاناتهم. يمكن لأي شخص أقام في البلاد لفترة طويلة إعداد الوافدين الجدد لاهتمام الأمريكيين المستمر بتطبيق النظريات وأساليب التدريس الحساسة والنهج اللطيف تجاه الجهات المانحة الخاصة بالجامعات. انتقلت بشكل سليم شبكة علاقات كاملة إلى حد كبير من ألمانيا إلى الولايات المتحدة. جاءت الأفكار والأساليب الجديدة مع الناس، الذين اختلطوا وغيّروا وحسّنوا ما وجدوه. أعطى هذا الجامعات الأمريكية مكانة مهيمنة في العالم بين عشية وضحاها، بينما لم يلاحظ أحد ذلك في ألمانيا.

ظلَّ هيلبرت يأمل لفترة طويلة في أن يمر هذا الرعب، لكنه كان واقعيًا بما يكفي لإرسال خطابات توصية إلى أمريكا مبكرًا بشأن زملائه وطلابه. لقد واجه مهمة المساعدة في إنقاذ عمل حياته من خلال تأمين فرص عمل لطلابه وزملائه. كان يحاول أن يحيط نفسه بعقول رائعة منذ أن كان طالبًا، والآن صارت مسألة ترك مساحة لجريان الماء بينهم وبين النازيين. كان لا يزال اسمه ساري المفعول، حتى إنه كتب خطابات التوصية التي بدت مثل وصية. بالنسبة لخطاب ريتشارد كورانت، على سبيل المثال إلى ماكس ماسون: «أود أن ألفت انتباهكم إلى العلاقة

الوثيقة بين عملي وعمل كورانت. طريقة عمله في الفيزياء الرياضية هي التطوير المباشر لعملي في هذا المجال [...] آمل أن تجد أنت ومؤسسة روكفلر طرقًا، إذا لزم الأمر، لاستمرار برنامج بحثه الفوري على الأقل، وكما قلت، استمرار برنامجي الخاص[233]». يا له من إذلال أن تكتب مثل هذا الشيء لرئيس معهد جوتنجن للرياضيات.

أصبحت جوتنجن وعاءً مجوفًا لم يعد فيه الكثير من الحياة الفكريَّة. رحل سريعًا ريتشارد كورانت، وإيمي نوتر، وباول برنايس وأساتذة يهود آخرون. وسرعان ما استقال إدموند لانداو وغادر جوتنجن «طواعية» للتقاعد في شقته في برلين، حيث توفي بعد خمس سنوات. كان لدى هيرمان فايل زوجة يهودية وخاف على أسرته، فتذكر العرض المقدم من جامعة برينستون وحزم حقائبه أيضًا.

كانت الأمور مختلفة قليلًا بالنسبة إلى يوهان فون نويمان، فقد قرر بالفعل في عام 1931 الذهاب إلى الولايات المتحدة الأمريكية وتم استقباله على الفور. بدا الوضع في أوروبا بالنسبة له «خطيرًا»، لكنه لم يذهب إلى أمريكا كمنفى، ولكن لأنه أحب طريقة الحياة الأمريكية ووعد بأن حياته المهنية ستكون أسهل. في ذلك الوقت، على عكس ألمانيا، كان هناك نقص شديد لعلماء الرياضيات اللامعين في أمريكا. في يوم وصوله، قرر تغيير اسمه الأول من يوهان (سابقًا، في المجر، «جانوس») إلى «جون»، ومع ذلك، لم يرغب في التخلي بأي ثمن عن لقب النبلاء «فون» في اسمه الأخير الذي منحه له الإمبراطور، ليصير اسمه الأمريكي: جون فون نيومان. وسرعان ما زاد راتبه كأستاذ من خلال عقود الاستشارات، التي كان يعرف دائمًا كيفية التفاوض عليها

233- يمكن العثور على نسخة من الرسالة في: راينهارد زيجموند شولتسه، روكفلر وتدويل الرياضيات بين الحربين العالميتين، بازل 2001 (بيركهويزر)، صفحة 276.

بمهارة. خلال سنة واحدة على الأقل، اشترى سيارة جديدة كانت كبيرة وسريعة قدر الإمكان، لكنها لم تستمر طويلًا، لأنه كان سائقًا سيئًا للغاية وغالبًا ما يكون شارد الذهن. لديه في منزله ما يكفي دائمًا من الخدم للحفلات الفخمة، حيث لا يشعر المنفيون المعقدون مثل جودل أو أينشتاين بالراحة، ولكن من بين ذكرى الضيوف المنتظمين، كان من أسعد الذين قدمتهم برينستون في ذلك الوقت.

سطع نجم نويمان في الولايات المتحدة الأمريكية. ترك الأبحاث الرياضية الأساسية وراءه وأصبح رئيسًا عمليًّا تمامًا، ولكن لم يخفت عقله اللامع، والذي سيكتشفه الجيش لنفسه قريبًا. خلال الحرب، تعامل مع انتشار الموجات الصادمة، وهو موضوع كان من الصعب وضع نموذج له، وسرعان ما أُحضر إلى لوس ألاموس للمساعدة في بناء القنبلة الذرِّيَّة. قدرته الفريدة على تقسيم الأشياء إلى لبناتها الأساسية باستخدام الطريقة البديهية ثم إعادة بنائها منطقيًّا، جعلته رجلًا مطلوبًا للغاية، كما ذكر لويس ستراوس، أحد الجنرالات المسؤولين عنه: «لقد كان قادرًا على تحمل أصعب المشاكل، وتقسيمها إلى أجزاء، حيث يبدو كل شيء بسيطًا بشكل خيالي، ويجعلنا نتساءل جميعًا عن سبب عدم تمكننا من رؤية الإجابة بوضوح كما يفعل هو[234]». وبالتالي، لم يكن من قبيل المصادفة أنه عندما واجه المحاولات الأولى لبناء آلة حوسبة إلكترونية في أوائل الأربعينيات من القرن الماضي، فهم الهندسة المعمارية وطورها جيدًا لدرجة أنه حتى يومنا هذا تقريبًا جميع أنظمة تشغيل الكمبيوتر قائمة على «عمارة فون نيومان». جميع أجهزة الكمبيوتر الحديثة مستمدة من أجهزة الكمبيوتر الأمريكية، التي شارك يوهان فون نويمان في تصميمها بشكل كبير (وليس، كما يُعتقد كثيرًا

234- انظر إلى؛ جورج دايسون، كاتدرائية تورينغ، لندن (بنجوين) 2012، صفحة 56.

في ألمانيا، من أجهزة كمبيوتر كونراد تسوزه -التي تدمرت في الحرب- أو حتى كما يُعتقد غالبًا في إنجلترا، بواسطة آلات آلان تورينج[235] التي لم يكن هناك ما يكفي من المال لتطويرها بعد الحرب).

في الخارج، كان علماء الرياضيات والطبيعة سعداء بالمشاركة. الوجهات المفضلة كانت الولايات المتحدة الأمريكية وإنجلترا و(في كثير من الأحيان) الاتحاد السوفييتي. حتى تركيا بدأت برنامجًا ناجحًا لجلب العلماء إلى مضيق البوسفور. يمكن استخدام معارف ومهارات المهاجرين في كل مكان، ورأت البلدان المستنيرة في ذلك فرصة فريدة.

أخيرًا وليس آخرًا، طرح الحراك الفكري مسألة توظيف علماء الرياضيات. كان الكاتب مرتبطًا بوطنه من خلال لغته، مثل محام من خلال النظام القانوني الذي تعلم حرفته. قبل الحرب العالمية الثانية، لم يكن العلم قريبًا من العالم كما هو اليوم؛ كانت نقاط البداية منخفضة في معظم المواضيع. هنا كانت العلوم الطبيعية الرياضية الاستثناء وليست القاعدة، وكانت جوتنجن استثناءً خاصًا. لذلك كان من السهل نسبيًا أن يذهب أعضاء دائرة هيلبرت إلى المنفى.

من بين أساتذة الرياضيات الخمسة النشطين في جوتنجن، لم يتبق سوى واحد فقط «جوستاف هرجلوتس». بقي هيلبرت أيضًا، لأنه كان في الحادية والسبعين من عمره وصار أكبر من أن يبدأ بداية جديدة. حصل على معاشه وحاول تجاهل الواقع كلما أمكن ذلك. عندما سُئل في عام 1934، من قبل وزير الرايخ النازي روست عما إذا كان المعهد

235- هي نموذج نظري بسيط يحاكي طريقة عمل الحاسوب. سميت بهذا الاسم نسبة لعالم الرياضيات الإنجليزي آلان تورينج الذي أوجد هذا النموذج سنة 1936.

الرياضي قد عانى كما ادعى البعض من رحيل اليهود وأصدقائهم، أجاب هيلبرت: «يُعاني؟ أبدًا لم يعانِ، سيدي الوزير. فهناك المزيد[236]!». مثل الحارس الليلي الذي كان آخر من بقي في المتحف، أطفأ هيلبرت الضوء من خلال موافقة نشر أطروحاته المجمعة كنقطة أخيرة في حياته مع باول برنايس، الذي يعيش الآن في زيورخ، وكتب مجلدين آخرين عن أساسيات الرياضيات. قام برنايس بمعظم العمل، حيث صارت قوة هيلبرت تتضاءل الآن. لم يبق أحد للتمشية في نزهة مع مينكوفسكي وكبار الشخصيات مثلما اعتادوا. أفكاره، التي طورها دائمًا أثناء المحادثات، لم يلهمه بها شيء ولم يَتَحَدَّها أي شخص.

جاء عدد أقل من الزوار لأن العلاقات بين المنفيين وألمانيا تلاشت بسرعة. كان ألم الانفصال مرتبطًا بمزيد من التطور في ألمانيا والاستقبال الودي والمريح حتى في البلدان المضيفة بعد فترة وجيزة. كتبت ماريا جوبرت (الحاصلة على جائزة نوبل في الفيزياء عام 1963)، والتي هاجرت بالفعل إلى الولايات المتحدة الأمريكية في عام 1930، في رسالة إلى ريتشارد كورانت في أبريل 1935 عن زيارة إلى هيلبرت (الذي درست على يده لمدة ثلاث سنوات): «لاحظنا ضعف ذاكرته المتزايد بشكل مطرد، الأمر الذي يجعلك تشعر بالأسى في بعض الأحيان. إنه لا يريد التعامل مع الأحوال الجديدة، فهو يدفع عمدًا كل شيء بعيدًا ولم يعد حتى يقرأ أي صحيفة[237]». من الواضح أن السذاجة التي كان يعالج بها المشاكل الجديدة في مجاله قد امتدت الآن إلى السياسة. انغلق هيلبرت على نفسه وأصبح كل شيء هادئًا من حوله.

236- يمكن العثور على هذه القصة في العديد من الأماكن، وهنا نقتبسها من أبراهام فرانكل، دوائر الحياة: من ذكريات عالم رياضيات يهودي، شتوتغارت(1967 (DVA، صفحة 159.

237- مقتبس من راينهارد زيجموند شولتسه، علماء الرياضيات الفارّين من هتلر، براونشفايج (فيفج) 1998، صفحة 133.

كانت عائلة روكفلر أكبر مؤسسي مجتمع العلوم الأمريكية، ولكن ليست الوحيدة. كانت هناك أيضًا عائلة بامبيرجر الطموحة، حيث حققت الكثير من المال من المتاجر الكبرى في عشرينيات القرن العشرين. تمتلك شركة لويس بامبيرجر وشركاه أكثر من تسعين ألف متر مربع من مساحات البيع بالتجزئة، و3500 موظف، ومبيعات سنوية تزيد على 32 مليون دولار. كانت أساليب البيع خارقة؛ فهناك توجد أسعار ثابتة لجميع السلع، وضمان استعادة الأموال، وأرقام هواتف مجانية. بقيت عائلة بامبيرجر بلا أطفال، وعندما لم يتبق سوى المؤسس وأخته فقط، في يونيو 1929، قرروا بيع سلسلة متاجرهم إلى ماسي وشركاه، منافس من نيويورك. لقد حصلوا على ما يقل قليلًا عن 33 مليون دولار في أسهم ماسي، والتي باعوا منها الثُّلُث (قرار جيد، حيث انخفضت أسهم ماسي بنسبة 92٪ على مدى السنوات الثلاث المقبلة). الآن صاروا من كبار السن الأثرياء في وقت لم يكن فيه أي شخص آخر لديه المال، وقرروا إنشاء مؤسسة عظيمة.

تلقى أبرامهم فليكسنر تمويلًا من المشروع، بصفته رئيسًا لمؤسسة روكفلر، ستمئة مليون دولار، لكي تُنفَق على التعليم. ومع ذلك، فقد انزعج من البيروقراطية التي تشارك في توزيع الكثير من المال. أرادت عائلة بامبيرجر الآن إنفاق خمسة ملايين دولار (نحو 60 مليون دولار وفقًا لسعر الدولار اليوم)، وهو مبلغ صافٍ، أراد به فليكسنر تحقيق حلمه بإنشاء برج عاجي أكاديمي، دون نظام صارم، وواجبات، وبيروقراطية، وسيطرة، مكان حيث لا يوجد فيه سوى العقول النقية. هناك، يجب أن تبقى أفضل العقول معًا، وأن تتاح لها الفرصة لتحقيق أشياء عظيمة في ظل ظروف مثالية.

اِشْتَرَطَت عائلة بامبيرجر شرطًا واحدًا أصروا عليه: يجب أن تقع

جزيرتك العلمية في ولاية نيوجيرسي. كانت هناك بالفعل جامعة جيدة في برينستون، بولاية نيوجيرسي، يمكن من خلالها تطوير شيء معقول. فقد عمل هناك أوزوالد فيبلين، أحد أهم علماء الرياضيات الأمريكيين. لذلك من الطبيعي إنشاء معهد في برينستون يكون مستقلًا عن الجامعة، والذي يجب أن يضم فيه علماء الرياضيات فقط في البداية. كانوا بحاجة فقط إلى السبورات، والطباشير، وبعض المجلات، والراحة. إذا كنت ترغب في إنشاء جنة للعلماء، فسوف تحتاج إلى مختبرات ومعدات ومساعدات باهظة الثمن، وسيختفي الهدوء. وإذا اقتصرنا فقط على الفلاسفة، فمن المحتمل أن يتشاجروا وحدهم قريبًا. لذلك حصل فليكسنر على المنصب الجيد للغاية كمدير لمعهد الدراسات المتقدمة (IAS) الذي سيتم تأسيسه من أجل جمع أفضل علماء الرياضيات على وجه الأرض.

في مطلع عام 1932، عندما بدأت الأزمة الاقتصادية العالمية في الارتفاع بسرعة مرة أخرى وفقد ملايين الأشخاص في أوروبا والولايات المتحدة مصادر دخلهم، وُضِع أساس المعهد على أرض صلبة. تلقى فليكسنر التبرعات وبدأ في البحث عن سكان مناسبين من مقاطعته الأكاديمية لافتتاحه في خريف 1933. كان قادرًا على دفع أعلى الرواتب في العالم الأكاديمي، وكان على استعداد لتقديم تنازلات عند اختيار الأعضاء المؤسسين.

أدى ذلك إلى شيء آخر. في ألمانيا، أصبحت الحياة مستحيلة بالنسبة لكثير من علماء الطبقة العليا، حتى إن البعض قد ذهب قبل الاستماع إلى عرض برينستون. ولم يكن لدى أولئك الذين تم إذلالهم وتهديدهم وفرّوا من ألمانيا سبب وجيه لعدم تلبية نداء تحسين الظروف. الأعضاء المؤسسون لمعهد الدراسات المتقدمة هم أوزوالد فيبلين وجيمس

ألكسندر من جامعة برينستون، وكذلك ألبرت أينشتاين، ويوهان فون نويمان وهيرمان فايل. كان الضيف الأول هو كورت جودل، الذي كان عليه أيضًا الانتقال من فيينا إلى معهد الدراسات المتقدمة بعد ذلك بوقت قصير. بعد ساعة واحدة في نيويورك، اختار ريتشارد كورانت المكان بالضبط حيث غادر المنزل. بحلول نهاية عام 1933، افترضت برينستون وظيفة وأهمية جوتنجن كمركز ثقل في عالم الرياضيات. نمت بذور مدرسة هيلبرت الآن في الولايات المتحدة الأمريكية. كتب فون نويمان إلى فليكسنر في أبريل 1933: «إلى أين سيؤدي هذا، إن لم يكن من أجل تدمير العلم في ألمانيا[238]؟».

في برين ماور، على بعد ساعة من برينستون، وجدت إيمي نوتر وظيفة في كلية البنات. فقد كانت توجد أيضًا بعض المشاكل في إدارة الجامعة هناك. هذه المرة لم يكن بسبب الفصل بين الجنسين، ولكن افتقارهم إلى الكفاءة لدروس الرياضيات الأوليَّة التي يجب أن يتمكن كل أستاذ من تدريسها للطلاب الجدد. اعتادت إيمي نوتر على التظاهر في محاضراتها بأنها ضمن صفوة علماء الرياضيات الأكثر تقدمًا، لدرجة أن التدريس من الكتاب المدرسي كان أمرًا غير وارد بالنسبة لها أو لطلابها. ولكن مع الإقناع الجيد للأصدقاء البارزين مثل نوربرت فينر والمال الجيد من عائلة روكفلر، اختفت المشكلة وذهبت إيمي نوتر إلى المنفى.

بالطبع، كانت تفتقر إلى سهولة التعامل مع الآخرين إذا لم يكونوا متخصصين. لم تشعر أنها شخص نما في الخارج أو أنها صارت منفيَّة، حيث كان أمل العودة يراود خاطرها كل يوم. الزملاء الودودون في برينستون وبرين ماور، الذين أصغوا بكل أدب وشحذوا أذهانهم،

238- مقتبس من جورج دايسون، كاتدرائية تورينج، لندن (بنجوين) 2012، صفحة 33.

لم يتمكنوا من إزالة أثر وحشة المجتمع الجديد لدى نوتر. في الولايات المتحدة الأمريكية، لم يكن هناك الكثير من الإقبال على دراسة الهياكل والمصطلحات والكيانات. كان توجه الأمريكيين نحو ممارسة الفلسفة بعد العلوم الجادة. كتبت إلى هيلموت هاسه في السادس من مارس 1934: «لديَّ بعض الزملاء الباحثين كمستمعين، [...] لكنني أدرك أنني بالنسبة لهم؛ مُنطرحة، ومُدعيَّة، وقد سمعت بالفعل بعضًا من هذا[239]!». تتوجه أنظارها إلى ألمانيا، حيث دوَّى هناك صدى لأبحاثها المفاهيمية مع فهم للمنطق.

في صيف عام 1934، عادت إلى الوطن مرة أخرى، حيث كان لا يزال هناك العديد من طلابها وشقيقها فريتس. الذي كان على وشك الرحيل إلى الاتحاد السوفيتي، حيث عرضوا عليه وظيفة. قامت إيمي نوتر بإزالة منزلها في العلية بجوتنجن من أجل الهجرة النهائية أخيرًا إلى الولايات المتحدة الأمريكية. حيث توفت هناك بعدها بعام واحد بعد جراحة فاشلة في رحمها.

أصبح هيلبرت عضوًا فخريًّا في رابطة علماء الرياضيات الألمان في عيد ميلاده الثمانين. في غضون ذلك، تمزقت هذه الرابطة بسبب النزاع حول الرياضيات الألمانية على يد لودفيج بيبرباخ وأصبحت بلا معنى إلى حد كبير. وقد استقال العديد من أبرز أعضائها. المؤسسة التي ترأسها هيلبرت ذات مرة، غرقت في ظل نفسها في ذلك الوقت، مثل العديد من الأشياء الأخرى. ربما فكر هيلبرت سرًّا: «رابطة علماء الرياضيات، هل ما زالت موجودة الآن؟». صار العالم بلا معنى واختفى

239- هيلموت هاسه وإيمي نوتر، المراسلات 1925-1935، جوتنجن (منشورات الجامعة) 2006، صفحة 204.

خلف حجاب رمادي.

«قضى عيد ميلاده الحادي والثمانين في مزاج حيوي. وبعد ذلك بأيام سقط في الغرفة وكسر أعلى فخذه. نُقِلَ إلى العيادة وتُوفي هناك بعد نحو أسبوع[240]». بالكاد لاحظ العالم المضطرب موته. كما أن زوجته كيتي لم تعش بعد ذلك كثيرًا.

240- ك. ماير هوفر، نعي دافيد هيلبرت. في: تقويم عام 1943 (السنة الثالثة والتسعون) من أكاديمية فيينا للعلوم، فيينا 1943، صفحة 218.

الخاتمة

بدأ الفصل الدراسي الأول من دراساتي في الرياضيات بسلسلة من الموضوعات البسيطة التي ازدادت عمقًا كل أسبوع، وسرعان ما لم أستطع أن أدرك محتوى الموضوع في محاضرة بعنوان «الجبر الخطي». كما أعرف اليوم، كان الأمر يتعلق بنظرية المجموعات وبديهياتها. لم يكن لها علاقة بالأفكار التي أحضرتها من المدرسة، حيث كانت الرياضيات واحدة من المواد الأقل إثارة ولكنها قابلة للتنفيذ بطريقة أو بأخرى. لقد بدأت دراستي بمزاج شخص مستمتع أكثر من كونه موهوبًا. ومثل الكثيرين، لم يكن لديَّ أي فكرة عما أدرسه. لقد وجد أمثالي -ممن ليست لديهم فكرة حقيقية عن حياتهم- أن تلك المواضيع المعتادة مملة للغاية، مثل: (القانون، أو الأعمال التجارية، أو تاريخ الفن، أو اللاهوت)، اعتمادًا على ما إذا كان لديك تأمين جيد، أو تدرك حقيقة معنى الحياة. تخيَّلت مجموعة من المواد التي اخترتها في نهاية المطاف -الرياضيات والفلسفة- باعتبارها مُجرَّد دورات دراسيَّة عامة، لكن تمكنت لاحقًا من الانغماس في العديد من الموضوعات بسرعة نسبية. في الواقع، لقد وصلت إلى درجة ما، في وقت قصير جدًّا، حيث لم أعد أتمكن من رؤية أي شعور أو يقين فيما كان يحدث على السبورة.

ذهبت بصحبة طالب زميل مشوش مثلي إلى أستاذنا (أوتو كيجل، الذي حصل على درجة الدكتوراة من مشرف الدكتوراة ريتشارد كورانت والذي بالتالي تلقاها من دافيد هيلبرت مباشرة، مثل كل علماء

الرياضيات اليوم[241]) ووصفنا له مدى سوء الفهم لدينا. رد الأستاذ بقصة الضفدع المحبوس في زجاج بلّوري ويكافح حتى يصبح الحليب كتلة من الزبدة فيمكنه القفز من فوقها أو يغرق فيها. كانت هذه هي الحال مع الرياضيات، وأوصى بمواصلة الدراسة لأطول فترة ممكنة. الغريب أن هذه المحادثة حفّزتني، وهو ما لم يكن أسلوبي. كان طموحي يقظًا، مَن يريد الغرق في زجاج بلوري مثل ذلك الضفدع المتعب؟

لذلك أنهيت دراستي بالكثير من العمل وبعض الخوف من الفشل. بطريقة ما صار اللبن زبدة في الزجاج البلوري. أراد حفيد هيلبرت هذا أن يخبرني: يمكنك تعلم الرياضيات، يمكنك تطويرها. لم يكن فنًّا غامضًا لا ينفتح إلا لأصحاب المواهب الخاصة أو غيرها من الهبات، بل كان مجالًا يمكن للجميع صنعه عبر ساعات طويلة من العمل في المكتب. لذلك أصبحت هاويًا في الرياضيات بالمعنى الحرفي؛ في مرحلة ما اكتشفت جاذبيتها دون الاهتمام بجعلها مهنتي ودون الوهم بأنني أستطيع أن أقدِّم مساهمة جادة في هذا العلم. درست ذلك لأنه في مرحلة ما استمتعت به (أو بالإيطالية: ديليتاري).

أثناء مراحل حياتي التالية، استخدمت الرياضيات مرارًا وتكرارًا، معظمها كرياضيات ماليَّة. خلال الأزمة المالية الكبرى لعام 2008، وبصفة عملي كمدير صندوق، تمكنت من الرؤية عن قرب كيف طور معظم غير الرياضيين اعتقادًا أعمى في الصيغ التي لم يتمكنوا من اشتقاقها أو استخدامها طالما أنها كانت تجني المال فقط. بالكاد سأل أحدهم عن حدود ونطاق النماذج الرياضية. في التسعينيات، ساد الاعتقاد بوجود إجابة كمية لكل مسألة، وأنه يمكن إدخال كل شيء

241- في مشروع «جينيالوجيا الرياضيات» أو علم أنسابها، يمكنك أن ترى تفرعات وأصول شجرة العائلة، فتعرف مَن درس مع مَن، وبالتالي من هو «منحدر» منه. لدى دافيد هيلبرت حاليًا ما يقرب من 29000 عالم رياضيات في شجرته: https://www.genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=7298

في عالم الرياضيات من خلال تحليل البيانات والنمذجة، حيث لم يعد الكمبيوتر مجرد جهاز تحليل ولكن أيضًا أداة تحكم. سرعان ما رُكِل القطاع المالي كله بأقدامه كضفدع يغرق في زجاج بلوري. لم يكن يقف على الأرض الصلبة التي وعد بها بعض «سكانه»، ولكن على مبنى من تلك النماذج التي فقدت علاقتها بالواقع منذ فترة طويلة.

يتطلَّب التعامل مع السياقات الرسمية الكثير من الممارسة. ليس عبثًا ما كُتِب فوق مدخل أكاديمية أفلاطون في أثينا (وفقًا لأسطورة مسيحية لاحقة): «لا تدع أحدًا يجهل الهندسة، يدخل من هنا». تُطوِّر فينا دراسة الرياضيات القدرة على التجريد، لذلك تجاوز أفلاطون العالم المرئي المحيط بنا مباشرة، ووضع العقل فوق النتيجة المتوقعة والبديهية واكتشاف عالم متجاوز[242]. يعلمنا أن نكون ملتزمين بالشكليات، ونضعها على العرش، وننسى أحيانًا خططنا ورغباتنا الخاصة. لذا طلب أفلاطون من طلابه دراسة الرياضيات كشرط مسبق للسماح لهم بسماع الفلسفة. ربما يمكن وضع نفس القول على بوابات البورصات اليوم.

لكن ليس عليك دراسة الرياضيات لفهم أن الخوارزميات هي برهان معتدل إلى حد ما من خلال الواقع. إنها في الواقع جيدة لشيء مختلف تمامًا. من يريد أن يختبر حقائق أبدية معينة تسعده أو تثريه، حسب ما يقصده المرء، يجب أن يغرق فيها. يمكن للهاوي أيضًا فهم الجمال الواضح والنقي للجمل الرياضية، لا يجب مساواة جمال الرياضيات بتعقيداتها. تسير قوانين الرياضيات جنبًا إلى جنب مع الشعور بالتحرر الناشئ من الصيغ. وما يُمكن حله بطريقة رياضياتيَّة لا ينبغي أن يثقل كاهلنا ثانية. في الحقيقة، تُحررنا الرياضيات للحظة من قيود وحلقات وجودنا الدنيوي، مثل أي تجربة جمالية. هذا هو السبب في أن تعلم

242- قارن مع؛ أفلاطون، مينو، حوار في الأسلوب السقراطي، 86d2 -80d1.

الرياضيات يستحق ذلك، وليس فقط لتجنب شعور الغرق المعروف من المدرسة.

لم تتشكل لديَّ كتلة صلبة كبيرة أثناء دراستي، بل مجموعة من الكتل. استمر الكفاح، وكذلك أيضًا استمرت الدهشة. لماذا ينبغي أن يكون الهاوي أفضل من علماء الرياضيات العظام والفيزيائيين؟ في الرياضيات، يدفعك البرهان للبحث عن الجملة التالية. وفي النهاية يجعل منها قصة جميلة، وإنسانيَّة؛ لا تصبح أبدًا كتلة مُصمتة، والمتعة لا تنتهي بمجرد التسليم بها على هذا النحو. الرياضيات ملعب بلا حدود. لا توجد نهاية.



شكر وتقدير

مدين بنصائح وتصحيحات وإضافات واقتراحات قيّمة لمارتين شوتنلوهر (في الرياضيات)، وبرند شميت (في الفيزياء) وكاتارينا هاكر (في الأسلوب). وأي أخطاء أصررت عليها تقع فقط على عاتقي وحدي.

قائمة مراجع المترجم

- جاكلين ستيدال، محمد عبد العظيم سعود (مترجم)، تاريخ الرياضيات، مقدمة قصيرة جدًّا، مؤسسة هنداوي، القاهرة 2016.
- جين أكياما، ماري جو رويز، مجدي عبد المجيد خاطر (مترجم)، عالم الرياضيات العجيب، المركز القومي للترجمة، القاهرة 2018.
- زلاتكا شبورير، فاطمة عبد القادر المما (مترجمة)، الرياضيات في حياتنا، المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، الكويت 1987.
- زيادون ساردر، جيري رافتز، بورين فان لون، ممدوح عبد المنعم (مترجم)، أقدم لك علم الرياضيات، المجلس الأعلى للثقافة، القاهرة 2002.
- محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، الهيئة العامة لقصور الثقافة، القاهرة 1997.
- موريس شربل، موسوعة علماء الرياضيات، دار الكتب العلمية، بيروت 1989.
- والتر وارويك سوير، عطية عبد السلام عاشور (مترجم)، إدوارد ميخائيل إبراهيم (مترجم)، متعة الرياضي، دار سعد مصر للطباعة والنشر، القاهرة 1943.
- ياكوف بيريلمان، إبراهيم محمد شوشة (مترجم)، الرياضيات المسلية، دار مير للنشر والتوزيع، موسكو 1986.

لم تكن مصادفة أن العديد من الفيزيائيين الذين صنعوا القنبلة النووية لاحقًا، قد تقابلوا في مدرسة هيلبرت بجوتنجن في عشرينيات القرن العشرين. فديفيد هيلبرت يعتبر عالم الرياضيات الأكثر تأثيرًا في النصف الأول من القرن العشرين، لا أحد غيره جمع في مكتبه هذا الكم من العلماء الذين قاموا لاحقًا بدور قاطع، ولم تتقاطع الصلات ولا الأفكار بهذا الكم في أي مكتب آخر على الإطلاق.

وضع هيلبرت المسار لكل التطورات الرياضية في القرن العشرين. والكثير مما نراه اليوم في حياتنا اليومية -كتطور الكمبيوتر نشأ من أفكاره الحداثية. كما أنه ترأس، في العصر الذهبي للرياضيات، مدرسة طورت وسائل لفهم العالم بطريقة حديثة. وساند إيمي نوتر لتعمل محاضرًا، مقابل تعنت زملائه في كلية الآداب، الذين ظلوا متمسكين بصورة المرأة من عصور الإمبراطورية الألمانية.

يستعرض هذا الكتاب حياته وسيرته الذاتية وصداقته بأينشتاين والعديد من علماء الرياضيات والفيزياء وأهميته الكبرى التي لا يغفل عنها التاريخ.

جيورج فون فالفيتس

ولد عام 1968، في مدينة ميونخ. درس الرياضيات والفلسفة في كل من إنجلترا وألمانيا. عمل بعد حصوله على درجة الدكتوراة كأستاذ زائر في برينستون. يعمل منذ عام 1998 في مجال إدارة الصناديق المالية، بدأ في المؤسسة الألمانية لإدارة الأموال والاستثمارات حتى 2004، وحاليًا هو شريك في إحدى شركات إدارة الممتلكات في ميونخ.

يكتب فالفيتس بانتظام في "جريدة أسواق المال للطبقات المثقفة". صدر له: "أوديسيوس وابن عرس" مقدمة سعيدة للأسواق المالية 2011، "السيد سميث والجنة" اختراع الرخاء 2013.






ISBN 978-977-821-244-0
